

De Oort constanten

Oort constanten A en B definiëren als:

$$A \equiv -\frac{1}{2} \left[\left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_0} - \frac{v_0}{R_0} \right] \quad B \equiv -\frac{1}{2} \left[\left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_0} + \frac{v_0}{R_0} \right]$$

Vervolgens kunnen we v_r en v_t op eenvoudige wijze schrijven:

$$v_r \simeq Ad \sin 2l \quad v_t \simeq Ad \cos 2l + Bd$$

Belangrijke eigenschappen van A en B

$$A \equiv -\frac{1}{2} \left[\left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_0} - \frac{v_0}{R_0} \right] \quad B \equiv -\frac{1}{2} \left[\left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_0} + \frac{v_0}{R_0} \right]$$

Som van A en B:

$$A + B = - \left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_0} \quad - \text{ de } \textit{helling} \text{ van de rotatiekromme}$$

Verschil tussen A en B:

$$A - B = \frac{v_0}{R_0} = \Omega_0 \quad - \text{ de hoeksnelheid (inverse } \textit{omloopstijd} / 2\pi)$$

Gemeten waarden van de Oort constanten:

$$A = 14.4 \pm 1.2 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$$

$$B = -12.0 \pm 2.8 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}.$$

$$A + B = - \left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_0}$$

Dus $dv/dR \sim -2.4 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$.

De rotatiekromme is bijna vlak in de buurt van de Zon.

$$A - B = \frac{v_0}{R_0}$$

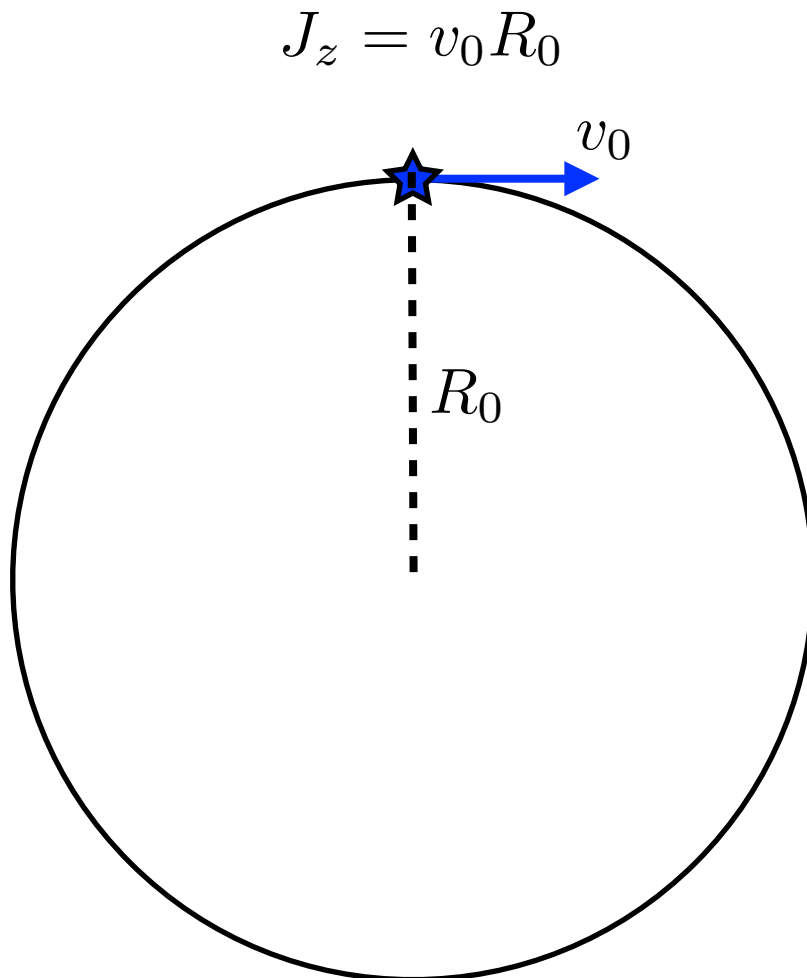
$$v_0/R_0 \sim 26.4 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1} = 8.57 \times 10^{-16} \text{ s}^{-1}.$$

$$\text{Omlooptijd van de Zon} = 2\pi R_0/v_0 = 2.3 \times 10^8 \text{ jaren}$$

Verder over Banen van Sterren

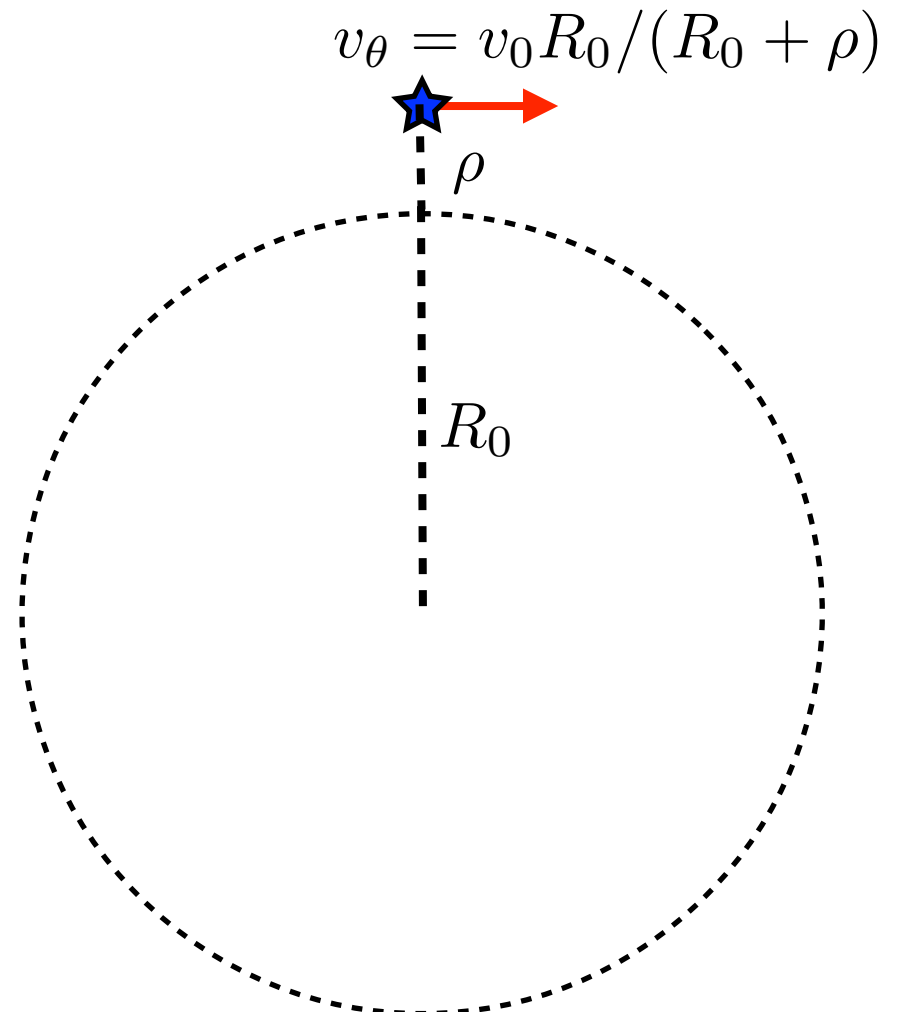
- Veronderstellen dat
 - de Melkweg is cilindersymmetrisch
 - het gravitatiepotentiaal is “vlak”
- Vervolgens is het impulsmoment van een ster constant
- Als de gravitatiepotentiaal wordt veroorzaakt door een centrale *puntmassa* krijgen we elliptische banen, zoals in bv. het zonnestelsel (de wetten van Kepler)
- In de Melkweg is de massaverdeling veel meer verspreid - banen van sterren zijn complexer.

Cirkelvormige baan van straal R_0
met specifiek impulsmoment J_z

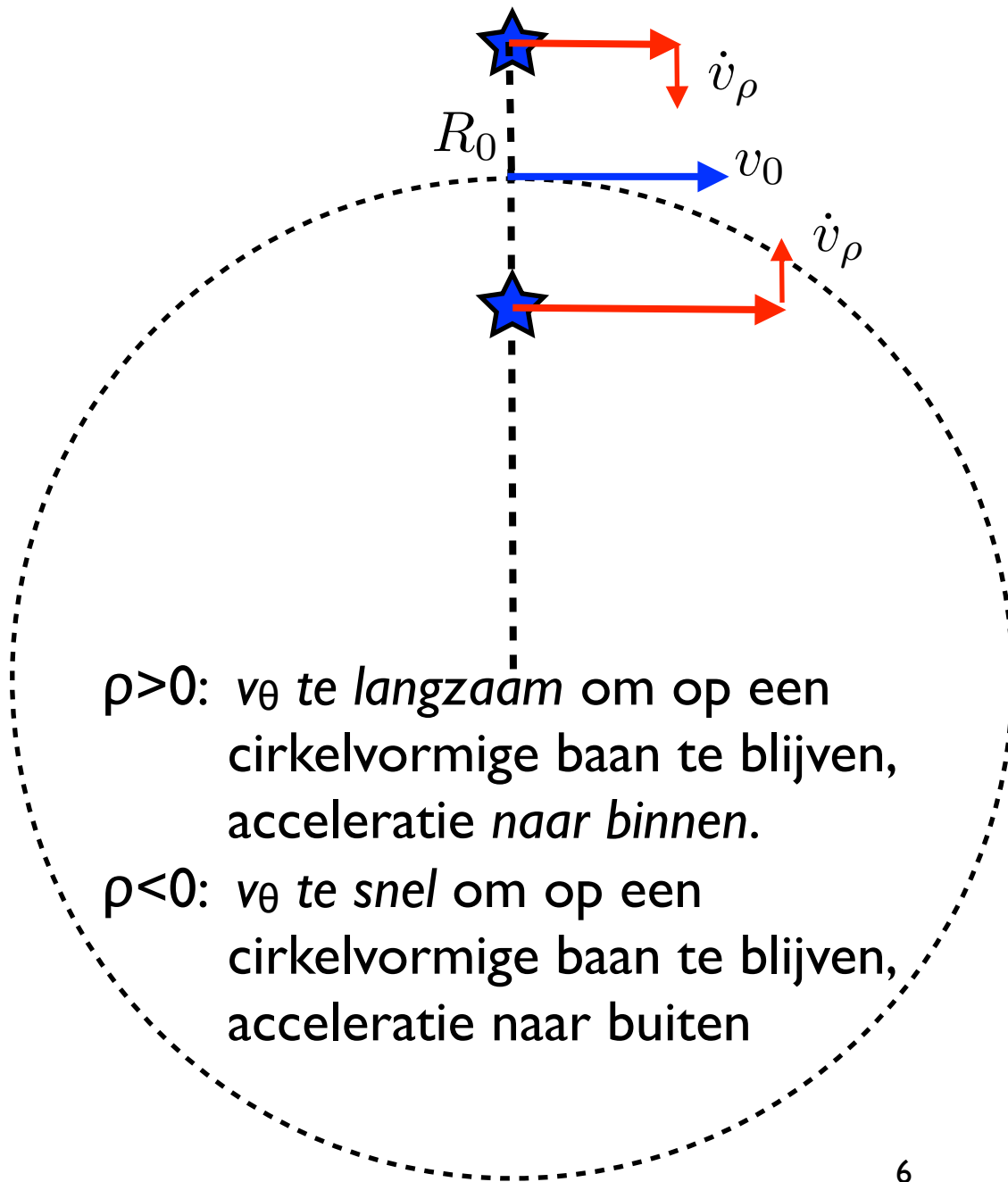


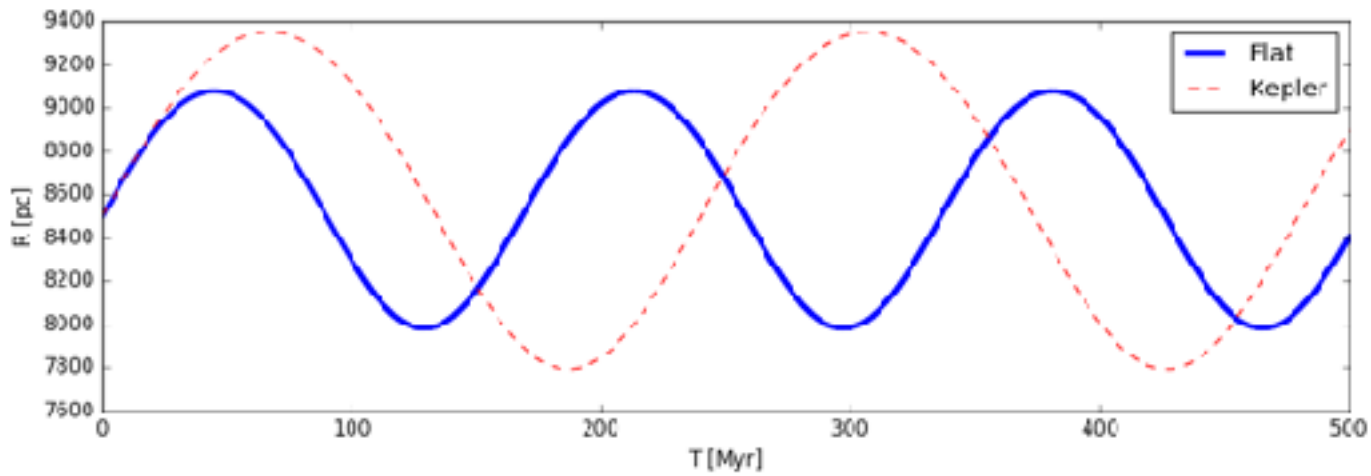
Ster met specifiek impulsmoment J_z op
afstand $R_0 + \rho$ vanaf het centrum

$$J_z = v_\theta (R_0 + \rho)$$

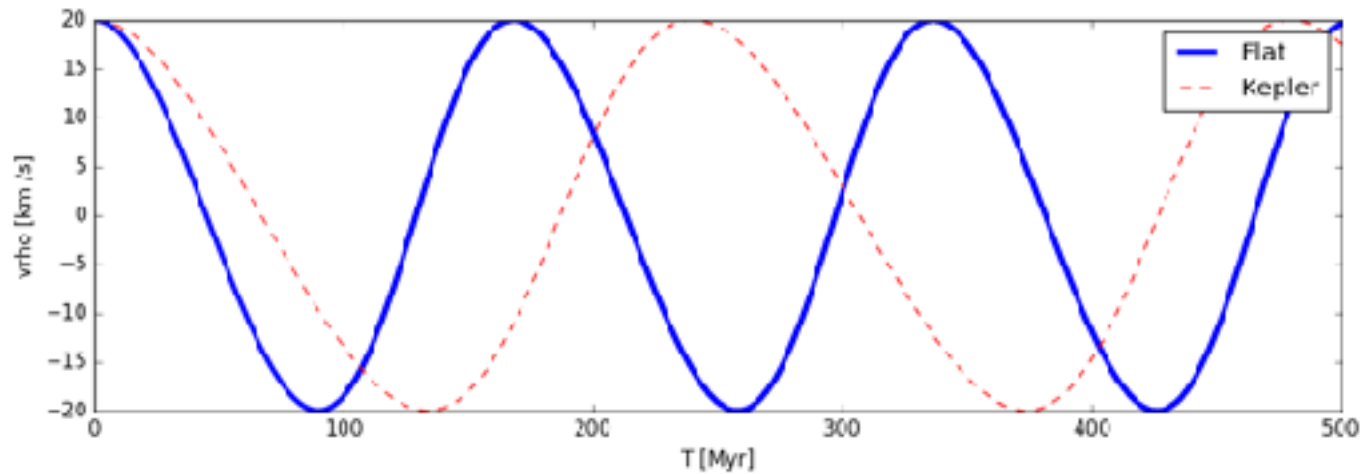


Bewegingen ten opzichte van Melkweg

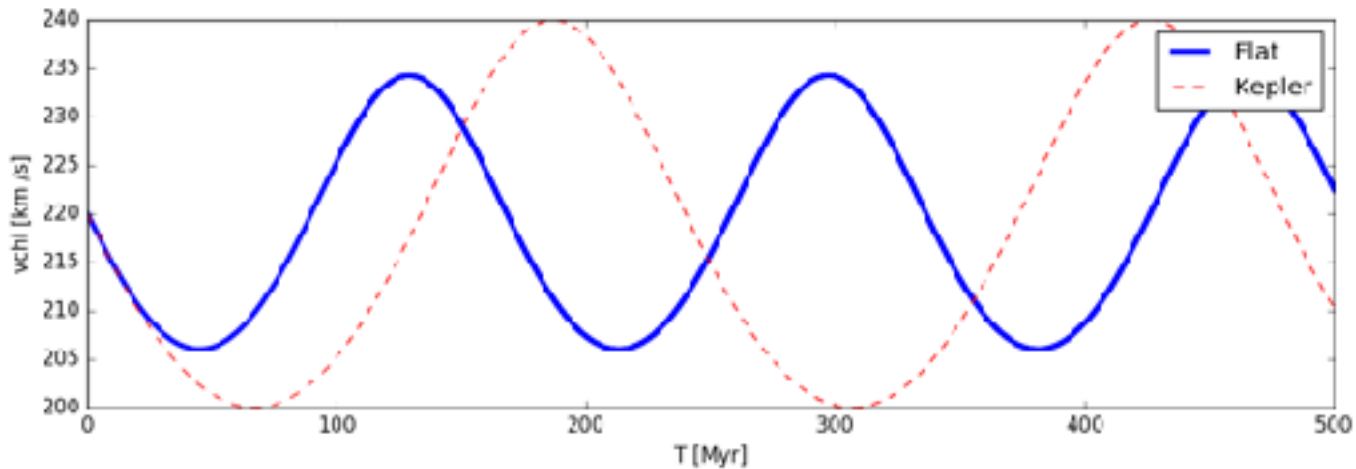




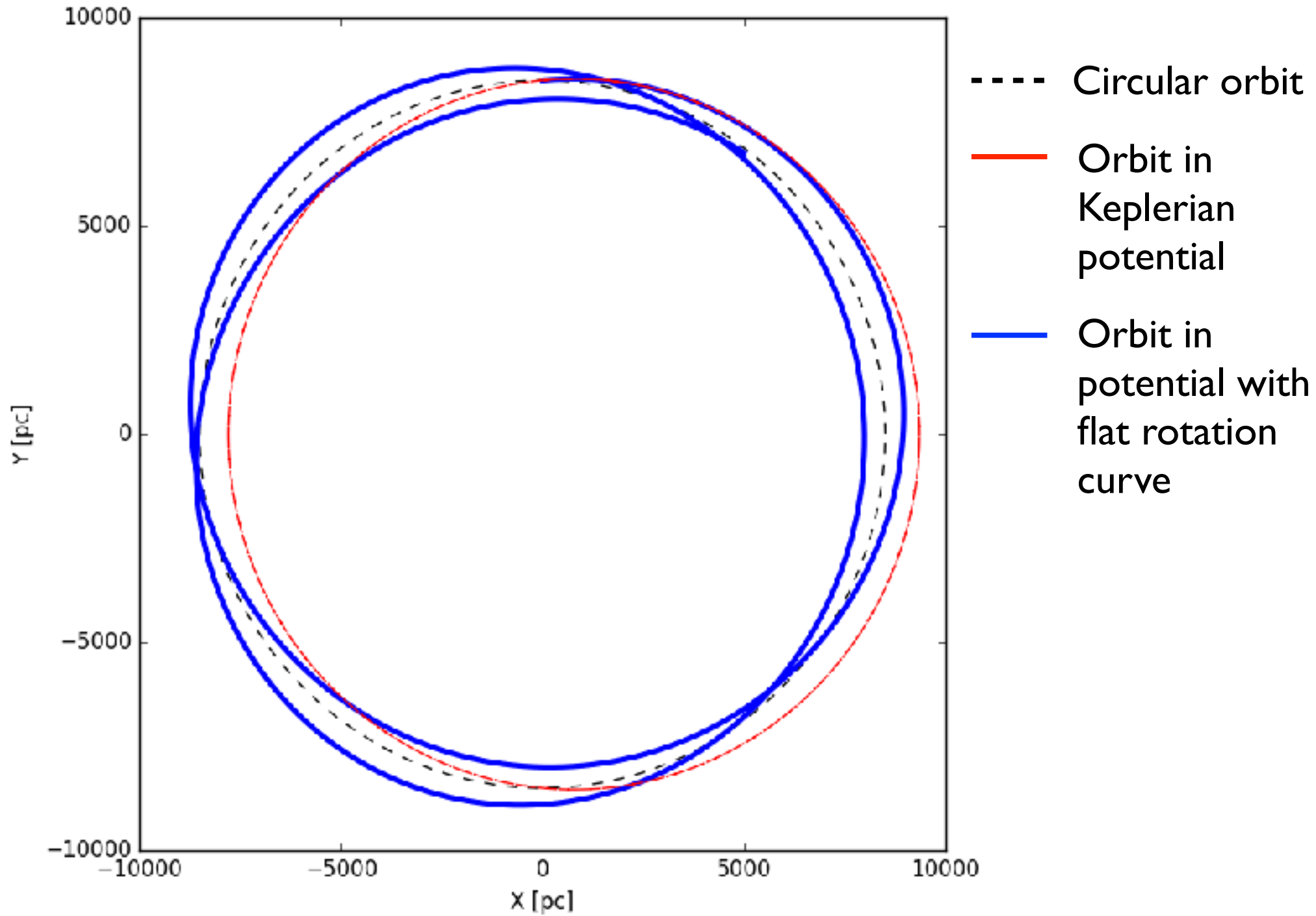
Radial oscillation.
Different oscillation frequencies for Flat vs. Keplerian rotation curves!



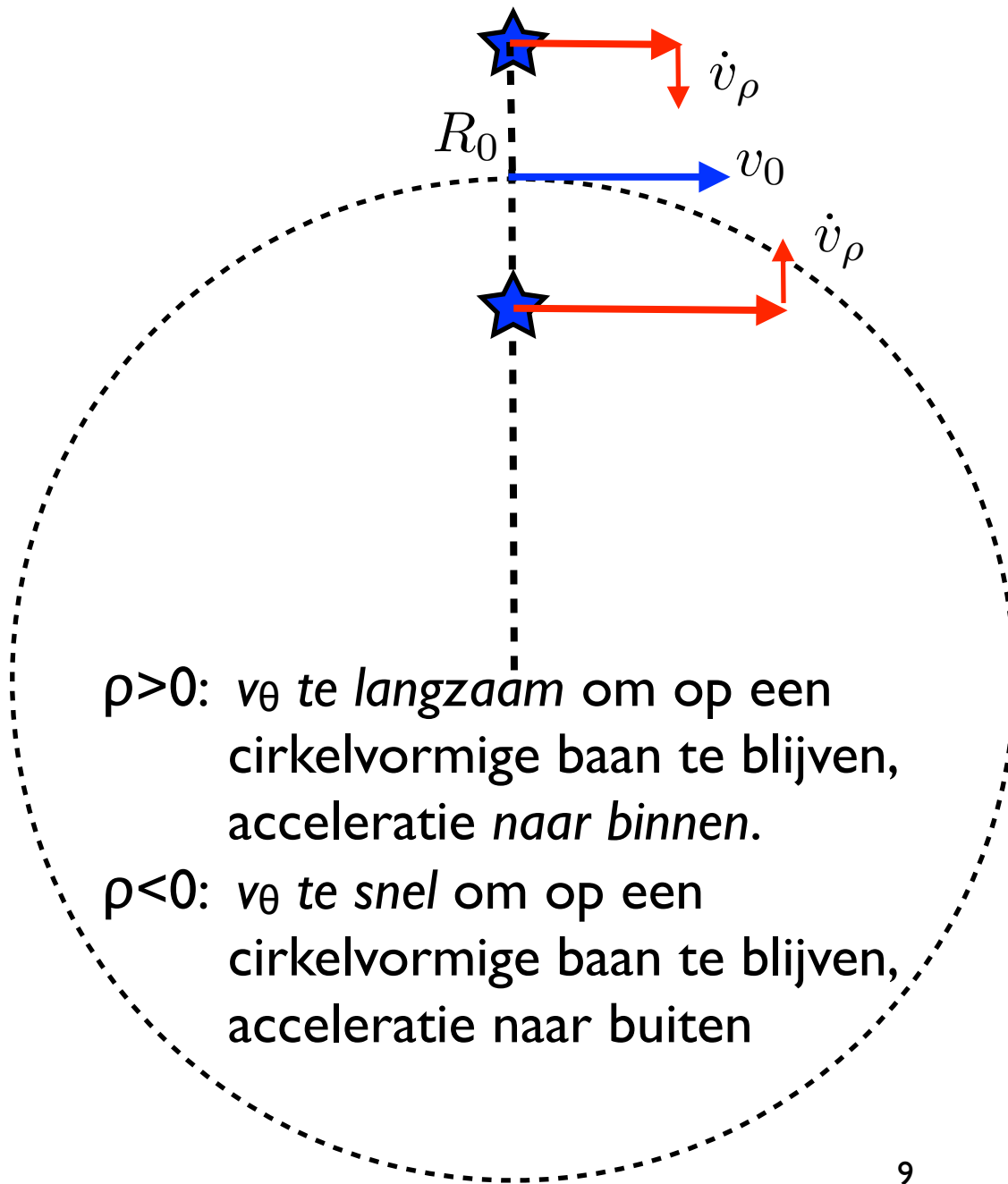
Velocity in radial direction



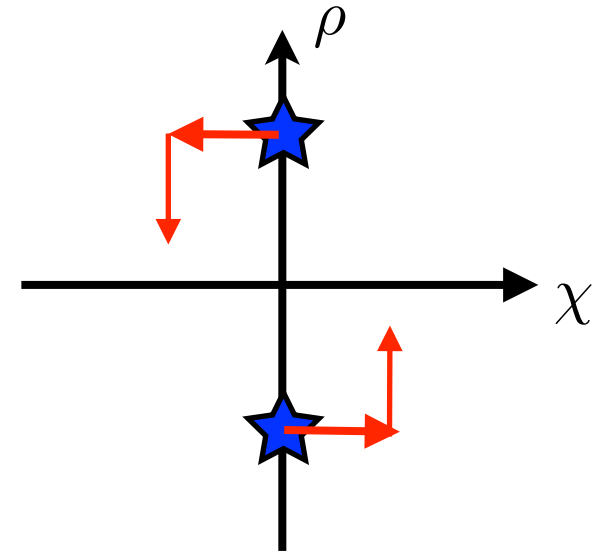
Velocity in azimuthal direction



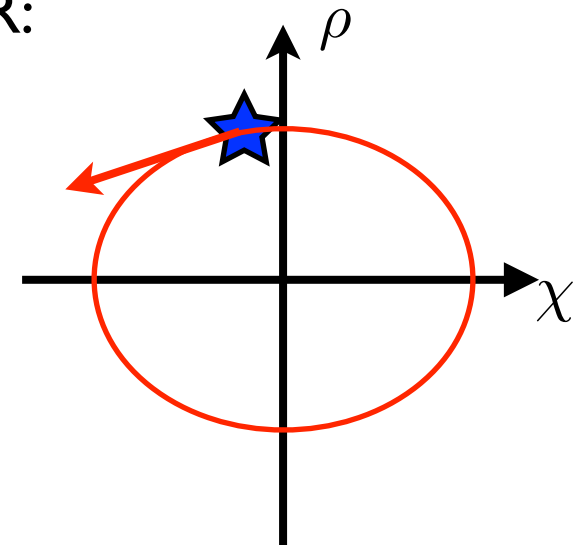
Bewegingen ten opzichte van Melkweg



Bewegingen ten opzichte van *Local System of Rest* (LSR: cirkelvormige baan van straal R_0):



Sterren beschrijven *epicykels* in het LSR:



Epicykel beweging

Radiale beweging:

$$\rho(t) = A_R \sin \kappa t$$

A_R = amplitude, κ = epicyklische frequentie

Tangentiële beweging:

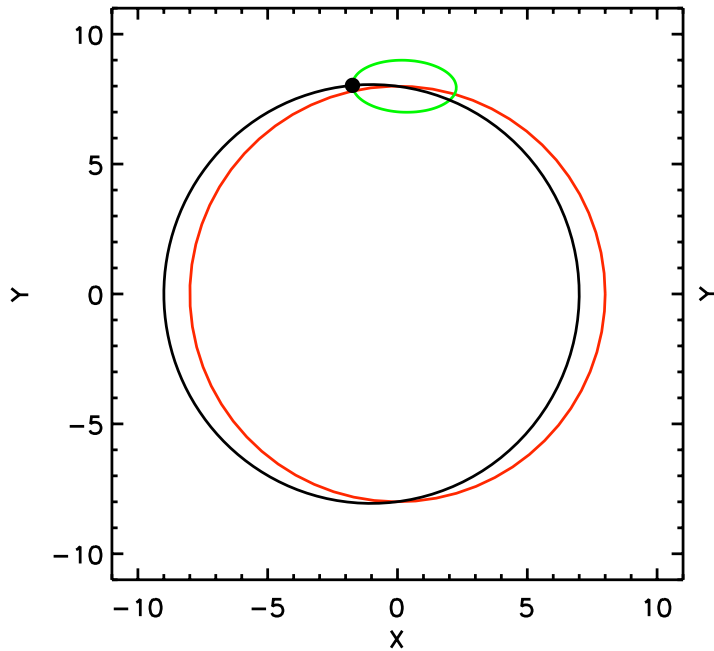
$$\chi(t) = A_\theta \cos \kappa t$$

$$A_\theta = \frac{2\Omega}{\kappa} A_R \quad (\text{volgt uit behoud van impulsmoment})$$

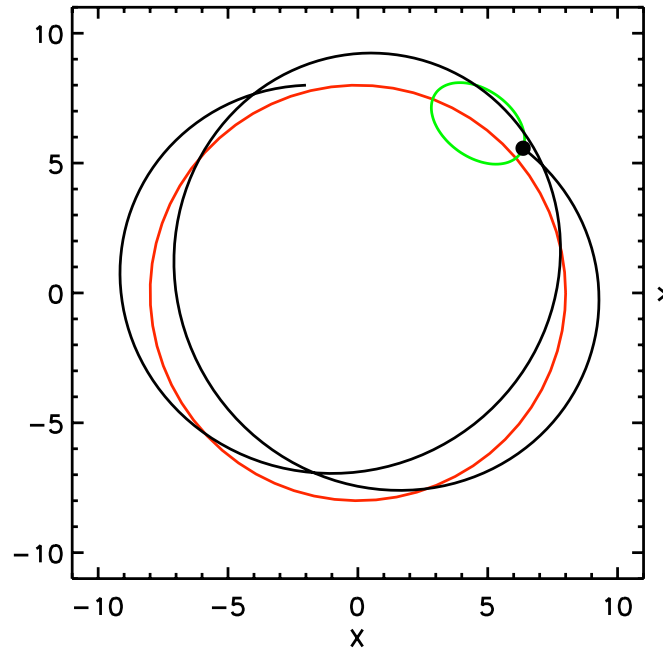
Als de oscillatie snel is (in vergelijking met circulaire baan van epicykel), dan wordt de amplitude in de tangentiële richting relatief klein.

Banen zijn alleen gesloten als $\kappa/\Omega = n/m$, waar n en m gehele getallen zijn.

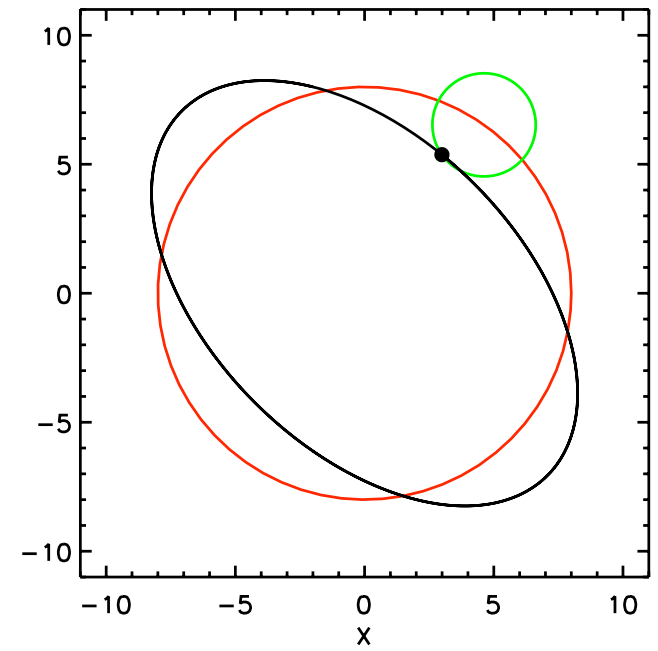
$$\kappa/\Omega = 1$$



$$\kappa/\Omega = 1.3$$



$$\kappa/\Omega = 2$$



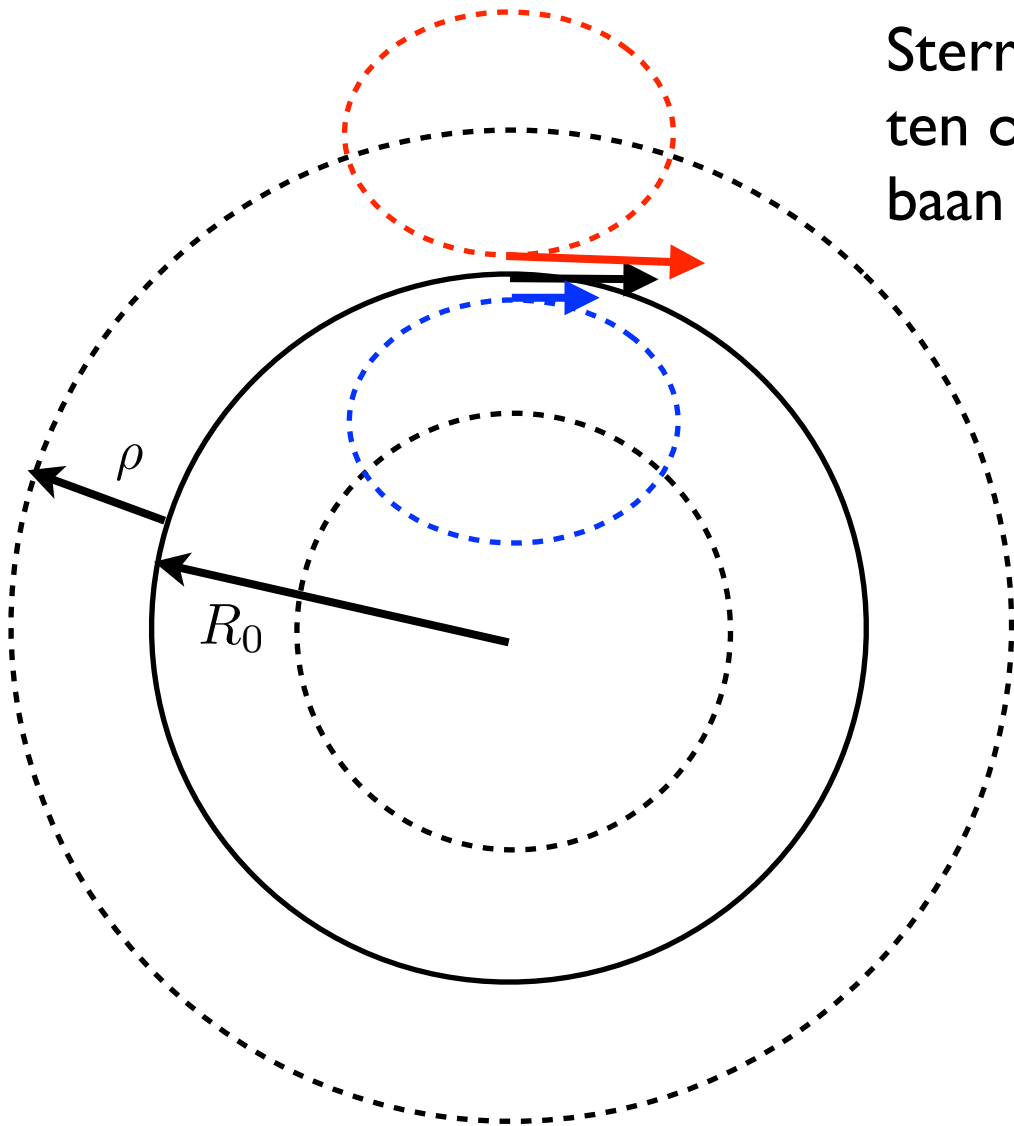
κ en Ω zijn gerelateerd via de Oort constante B :

$$\kappa^2 = -4B\Omega = -4B(A - B)$$

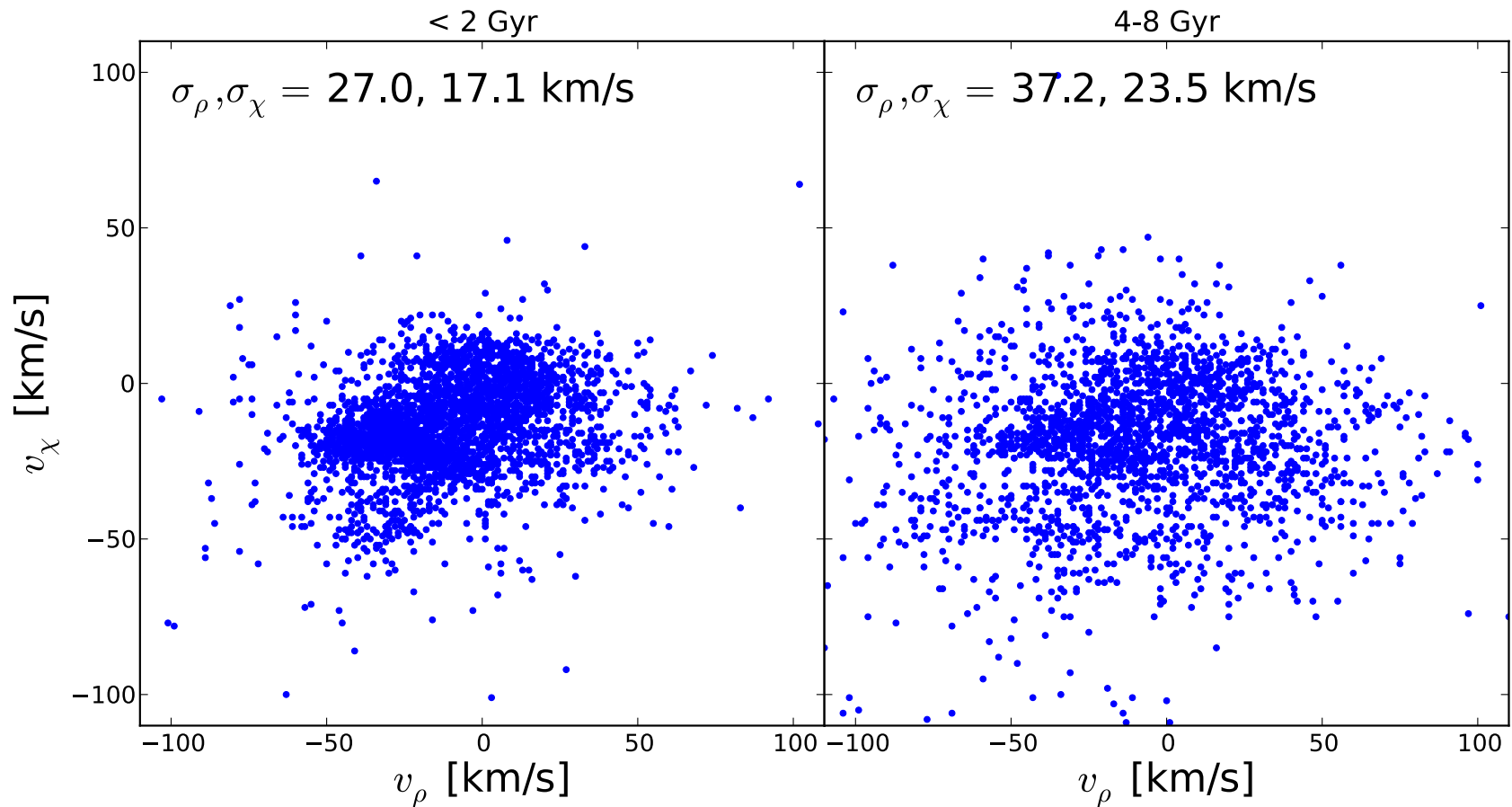
Voor de Zon: $\kappa/\Omega \sim 1.35$

Aangezien de omlooptijd $\sim 230 \times 10^6$ jaren is, duurt **een epicykel oscillatie** van de Zon rond de **170×10^6 jaren**.

Radiale en tangentiële snelheidsverdelingen



Sterren bewegen iets langzamer of sneller ten opzichte van het LSR, afhankelijk van de baan van hun epicykel.



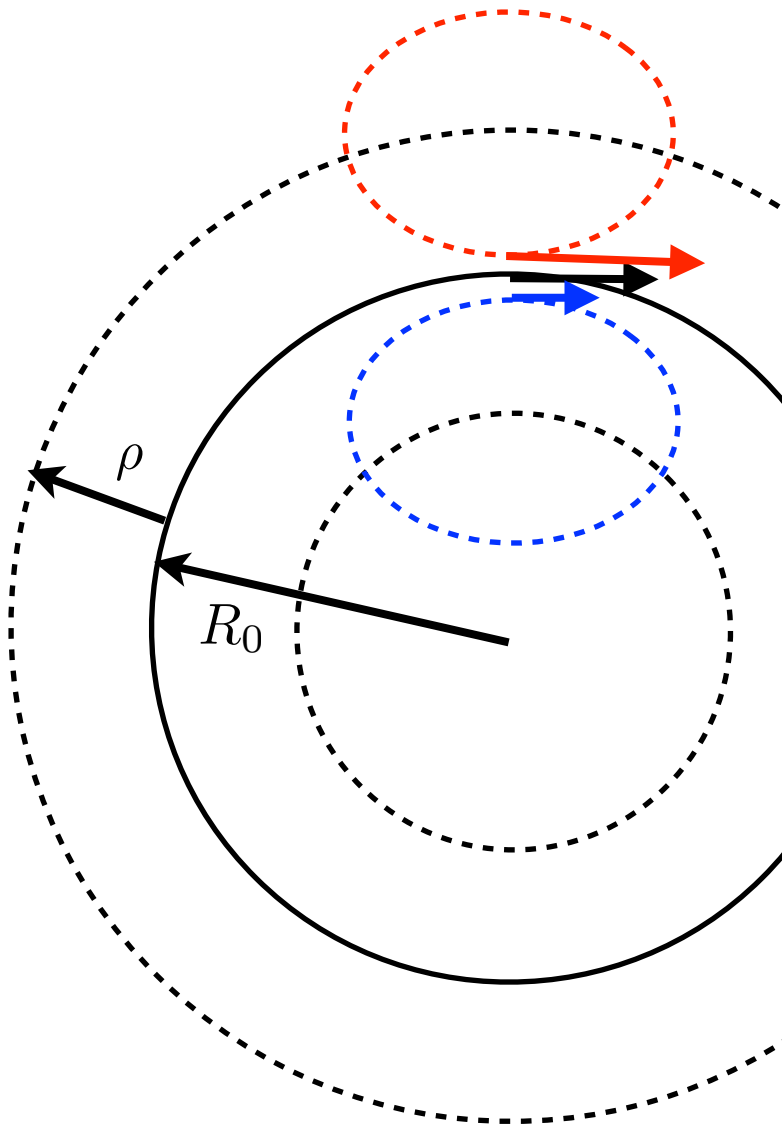
Data van Nordström et al. (2004)

Waarnemingen:

Dispersie is minder in de tangentiële richting.

Kunnen wij dit verklaren?

Radiale en tangentiële snelheidsverdelingen



Sterren bewegen iets langzamer of sneller ten opzichte van het LSR, afhankelijk van de baan van hun epicykel.

Azimutale snelheidsverschil:

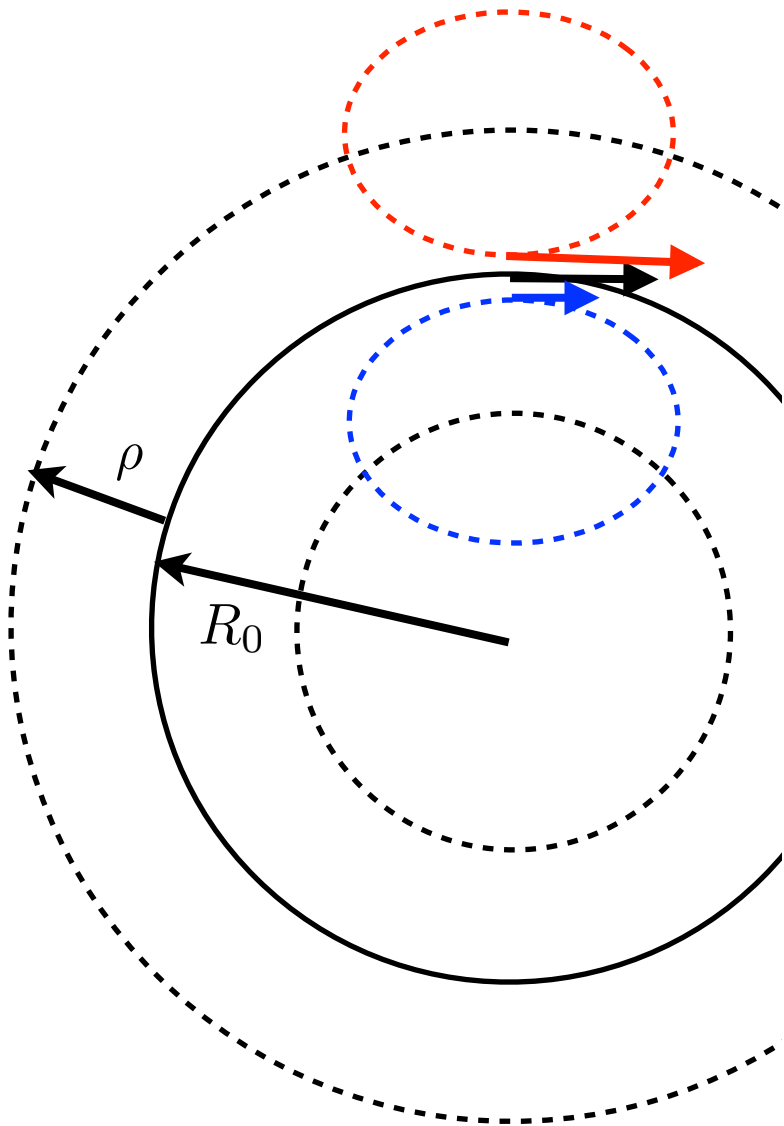
$$\dot{\chi}(\rho) \approx -2B\rho \quad \text{Oefening}$$

Radiale beweging:

$$\rho(t) = A_R \sin \kappa t$$

$$\dot{\rho}(t) = \kappa A_R \cos \kappa t$$

Radiale en tangentiële snelheidsverdelingen



Azimutale snelheidsverschil:

$$\dot{\chi}(\rho) \approx -2B\rho \quad \text{Oefening}$$

Radiale beweging:

$$\rho(t) = A_R \sin \kappa t$$

$$\dot{\rho}(t) = \kappa A_R \cos \kappa t$$

Gemiddeld over alle κt :

$$\langle \rho^2 \rangle = \frac{1}{2} A_R^2 \quad \langle \dot{\rho}^2 \rangle = \frac{1}{2} \kappa^2 A_R^2$$

Dus

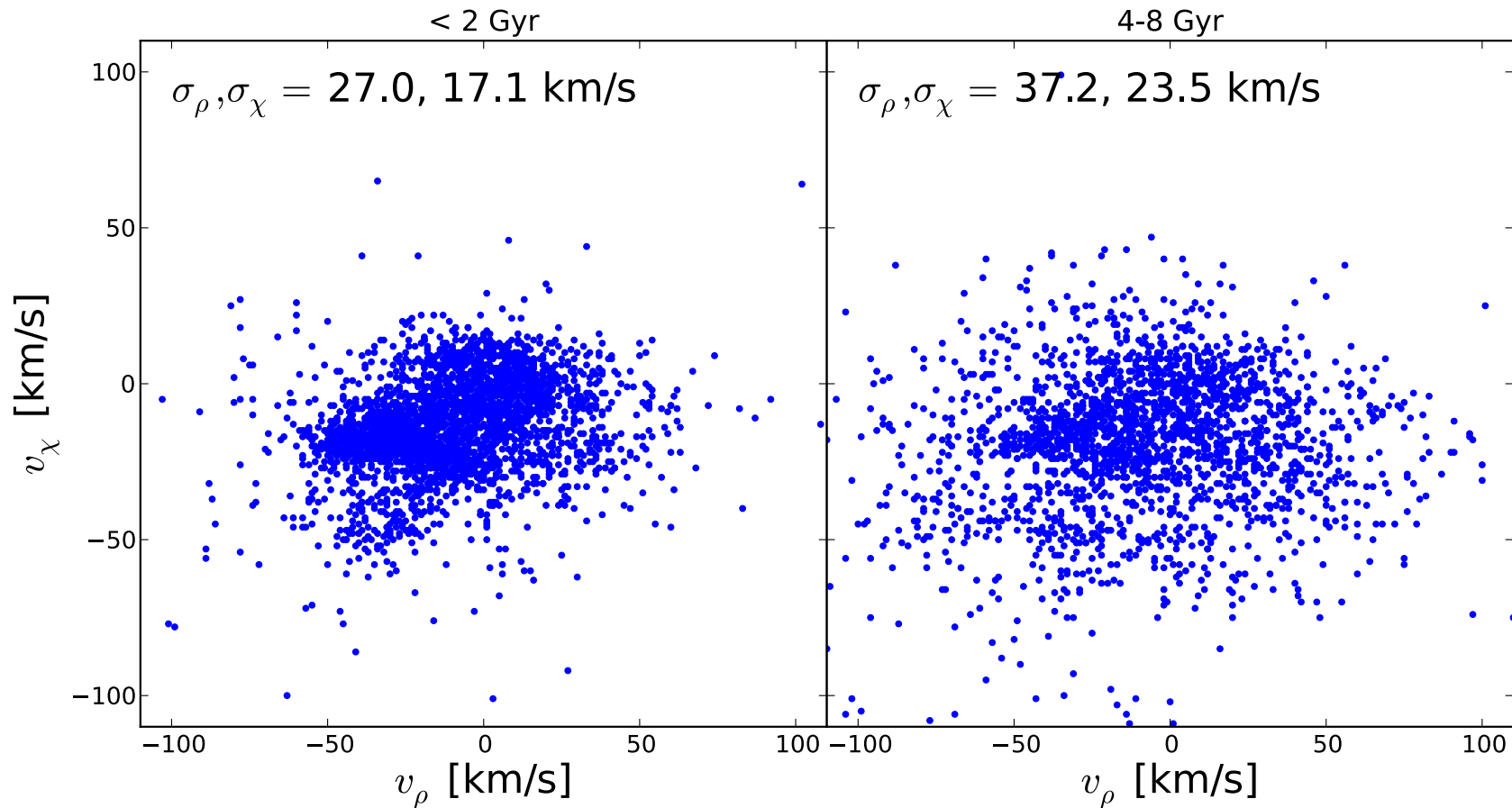
$$\langle \dot{\chi}^2 \rangle \approx 4(B/\kappa)^2 \langle \dot{\rho}^2 \rangle$$

of

$$\langle \dot{\chi}^2 \rangle \approx \frac{\kappa^2}{4\Omega^2} \langle \dot{\rho}^2 \rangle$$

Oort's constant B

Dispersie is kleiner voor jongere sterren



$$\langle \dot{\chi}^2 \rangle \approx \frac{\kappa^2}{4\Omega^2} \langle \dot{\rho}^2 \rangle$$

Data van Nordström et al. (2004)

Voor $\kappa/\rho \approx 1.4$ is $\langle \dot{\chi}^2 \rangle \approx \frac{1}{2} \langle \dot{\rho}^2 \rangle$

- dispersie minder in de tangentiële richting

Kinematica van verschillende sterren

Table 10.3 Kinematics of non-MS stars

Stellar type	Asymm. drift, V_n	Dispersions			Vertex dev., $l_v(^{\circ})$
		σ_R	σ_{ϕ}	σ_z	
<i>Giants</i>					
A	6.4	22	13	9	27
F	13.3	28	15	9	14
G	5.9	26	18	15	12
K0	13.4	31	21	16	14
K3	11.5	31	21	17	4
M	13.1	31	23	16	7
<i>Supergiants</i>					
Classical Cepheids	6.8	13	9	5	—
O-B5	8.2	12	11	9	36
F-M	6.5	13	9	7	18
<i>Other</i>					
Carbon stars	27	48	23	16	—
Subgiants	23	43	27	24	—
Planetary Nebulae	24	45	35	20	—
White Dwarfs	32	50	30	25	—
Variables, $P > 300^d$	22	50	40	30	—
Variables, $P < 300^d$	37	80	60	60	—
RR Lyrae, $P < 0.45^d$	26	45	40	25	—
RR Lyrae, $P > 0.45^d$	220	160	100	120	—
Subdwarfs	145	100	75	50	—

SOURCE: From data published in Delhaye (1965)

Halo sterren:

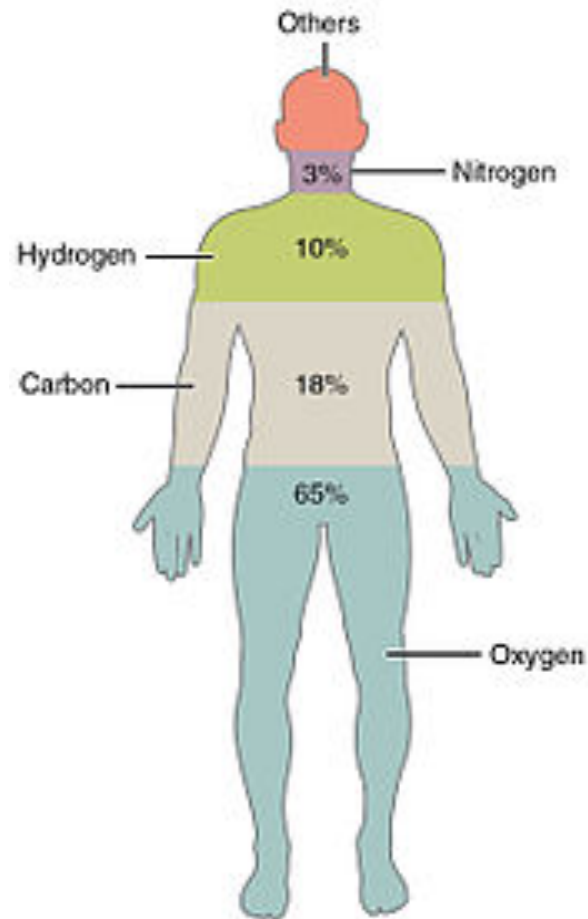
$$v_{\odot} - \langle v_{\text{halo}} \rangle = 220 \text{ km s}^{-1}.$$

Als de halo een niet-roterende system is, dan kunnen we de straal van de baan van de Zon vinden:

$$R_0 = (230 \times 10^6 \text{ jaren}) \times (220 \text{ km s}^{-1}) / 2\pi \approx 8.3 \text{ kpc}$$

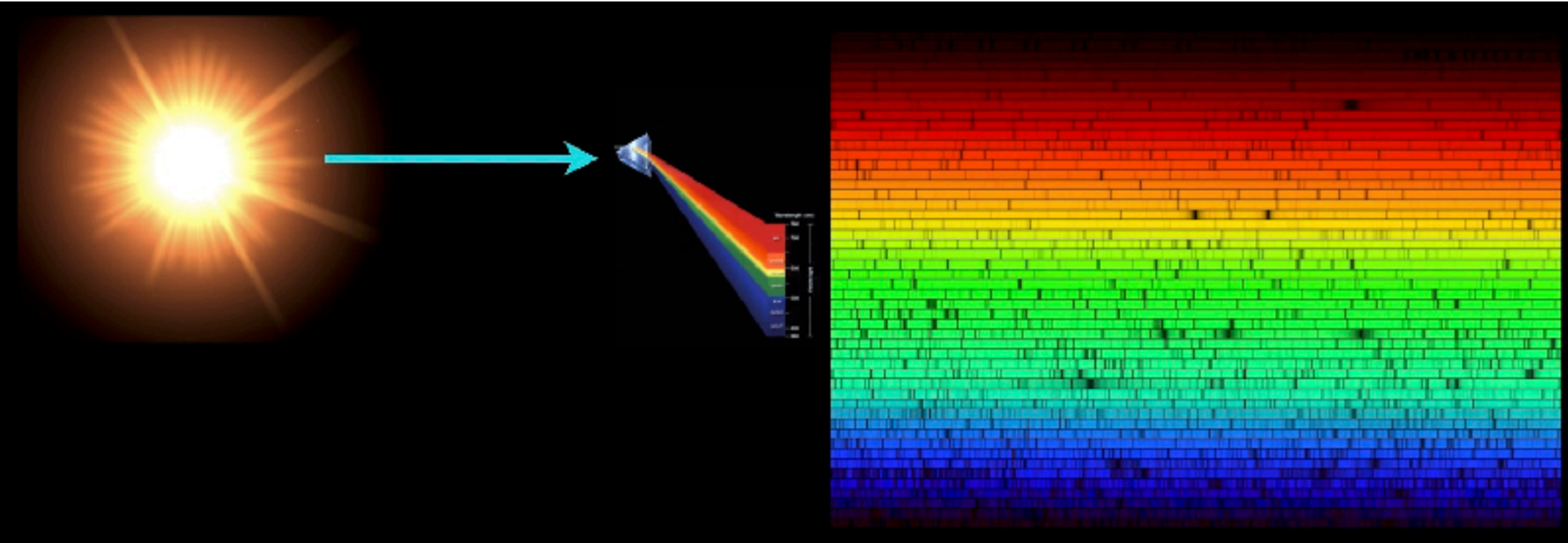
Chemische evolutie

Where do the chemical elements come from?

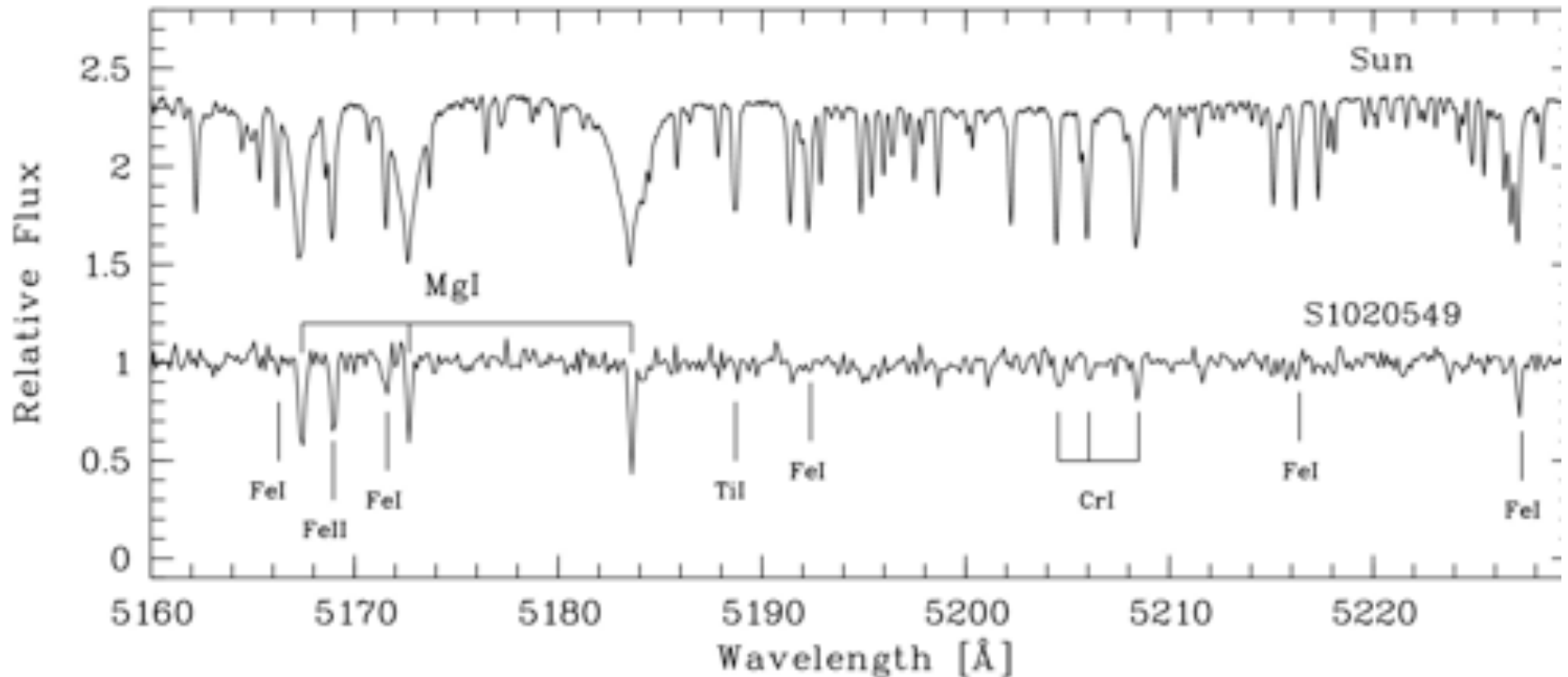


Element	Symbol	Percentage in Body
Oxygen	O	65.0
Carbon	C	18.5
Hydrogen	H	9.5
Nitrogen	N	3.2
Calcium	Ca	1.5
Phosphorus	P	1.0
Potassium	K	0.4
Sulfur	S	0.3
Sodium	Na	0.2
Chlorine	Cl	0.2
Magnesium	Mg	0.1
Trace elements include boron (B), chromium (Cr), cobalt (Co), copper (Cu), fluorine (F), iodine (I), iron (Fe), manganese (Mn), molybdenum (Mo), selenium (Se), silicon (Si), tin (Sn), vanadium (V), and zinc (Zn).		less than 1.0

Measuring the composition of stars

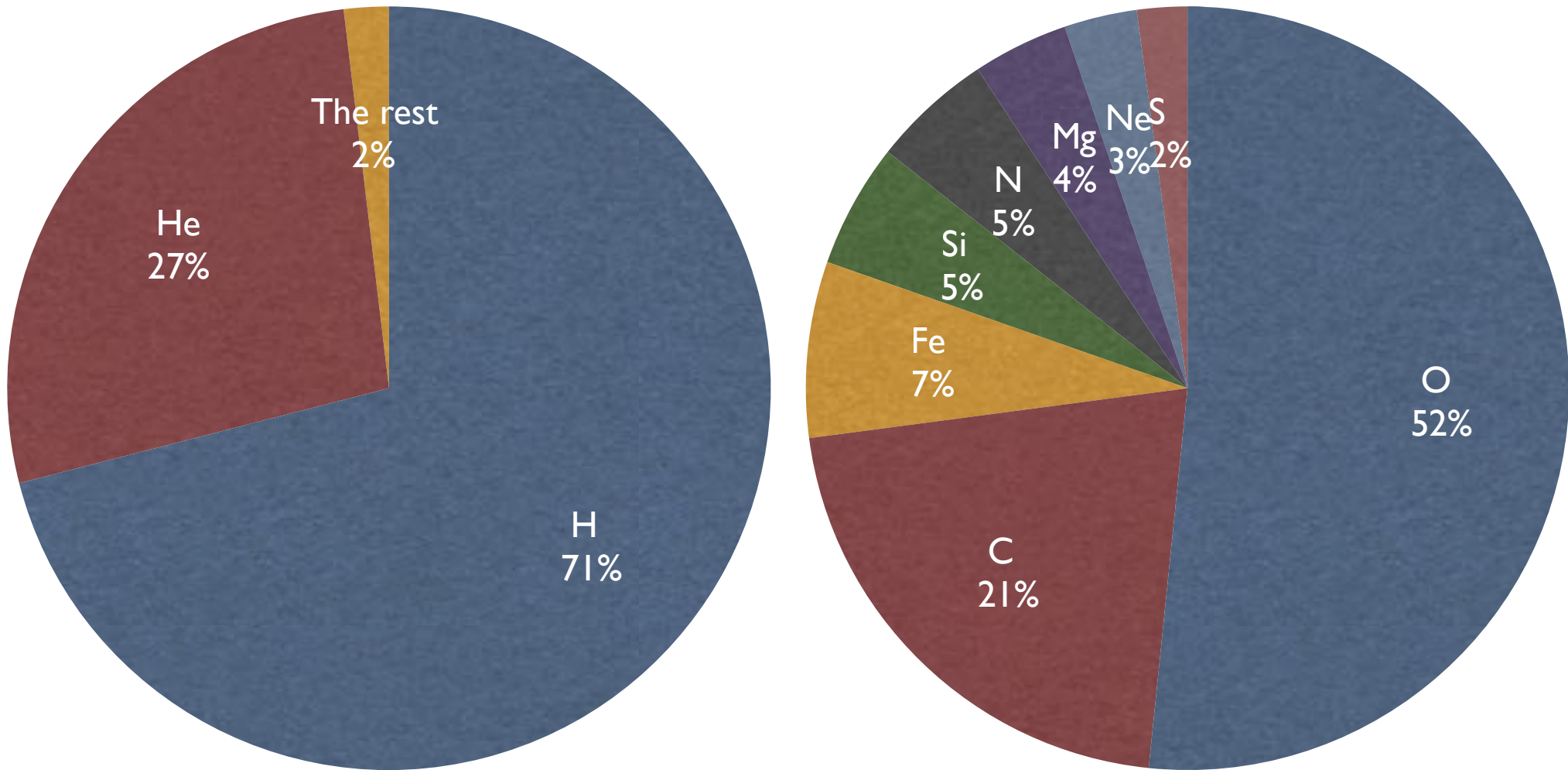


Spectra of the Sun and a “metal-poor” star in the Sculptor dwarf galaxy

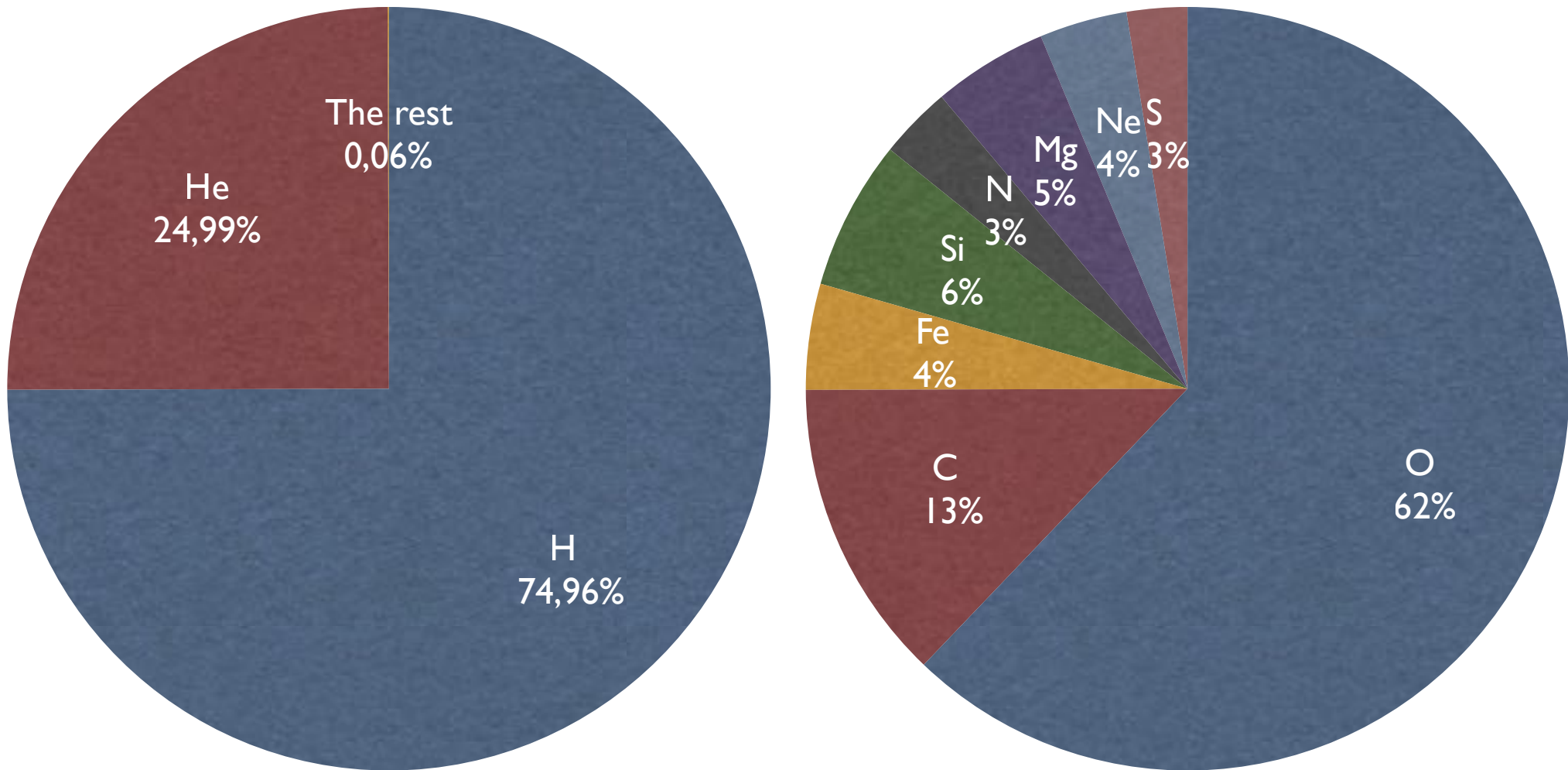


Composition of the Sun

“The rest”



Composition of halo star



Belangrijke Concepten

- *Metalen*: Alle elementen met atoomnummer > 2
(dus alles behalve H en He)
- (X, Y, Z) = gewichtsprocenten van (H, He, metalen).
 $Z \sim 0.019$ voor de Zon
- $[\text{Fe}/\text{H}] = \log_{10} (N_{\text{Fe}}/N_{\text{H}}) - \text{Log}_{10} (N_{\text{Fe}}/N_{\text{H}})_{\odot}$.
Bijvoorbeeld:
Gelijke hoeveelheid ijzer als de Zon: $[\text{Fe}/\text{H}] = 0$
100x minder ijzer dan de Zon: $[\text{Fe}/\text{H}] = -2$
- Let op: $[\text{Fe}/\text{H}]$ wordt vaak gebruikt in plaats van
“metalliciteit”
- $[\text{O}/\text{Fe}] = \log_{10} (N_{\text{O}}/N_{\text{Fe}}) - \text{Log}_{10} (N_{\text{O}}/N_{\text{Fe}})_{\odot}$.

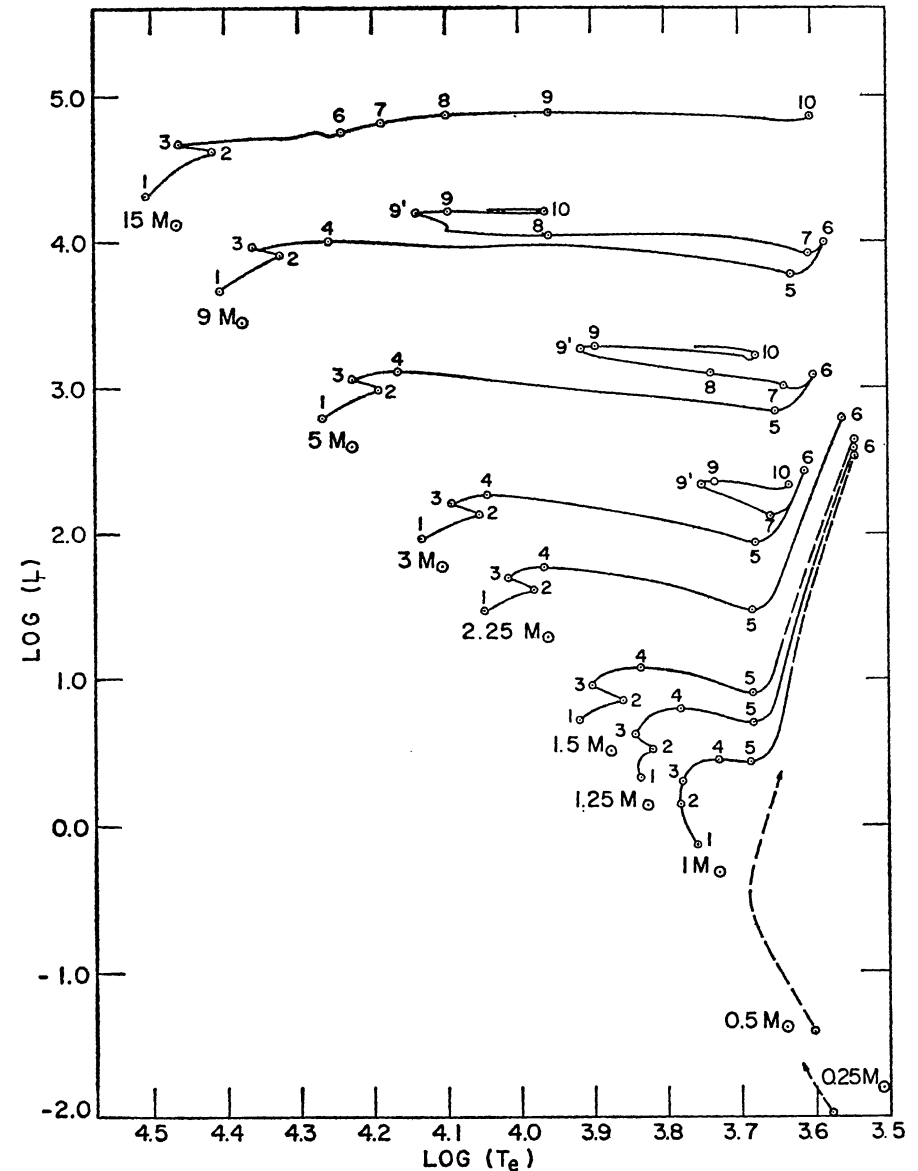
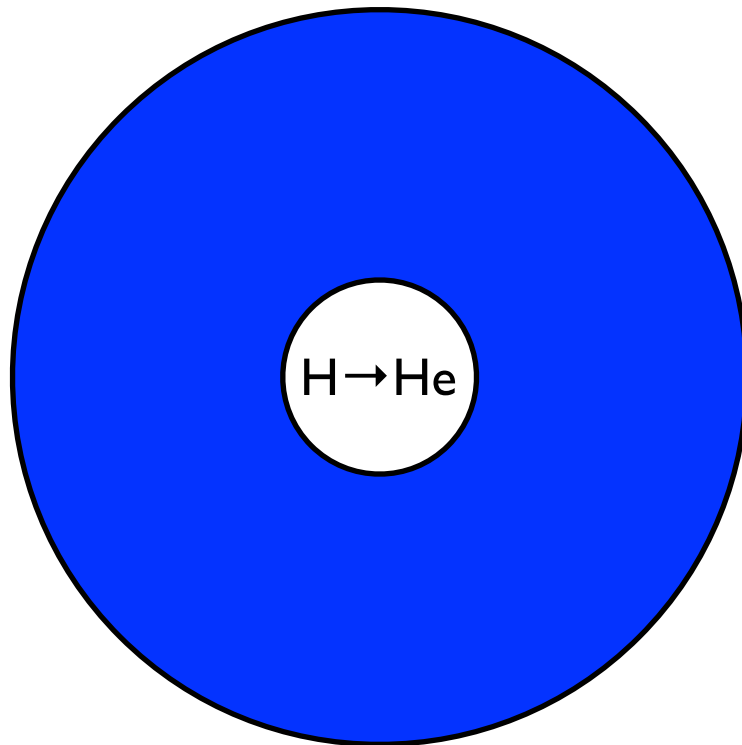
Oorsprong van de elementen

- H, He + kleine hoeveelheid Li:
Meestal gevormd tijdens de “Big Bang” toen het heelal een zeer hoge dichtheid en temperatuur had.
- Metalen:
 - Supernovas van Type II (sterren van massa $> 8 M_{\odot}$; korte leeftijden $< 40 \times 10^6$ jaren)
 - Supernovas van Type Ia (ontploffende witte dwergsterren) - vertraging van $10^8 - 10^9$ jaren
 - AGB sterren, planetaire nevels
- H en He zijn dus meestal van *kosmologische oorsprong*, terwijl metalen later door *kernreacties in sterren* gevormd werden

Nucleosynthesis in massive stars

I. Star on main sequence

Hydrogen “burning” in core



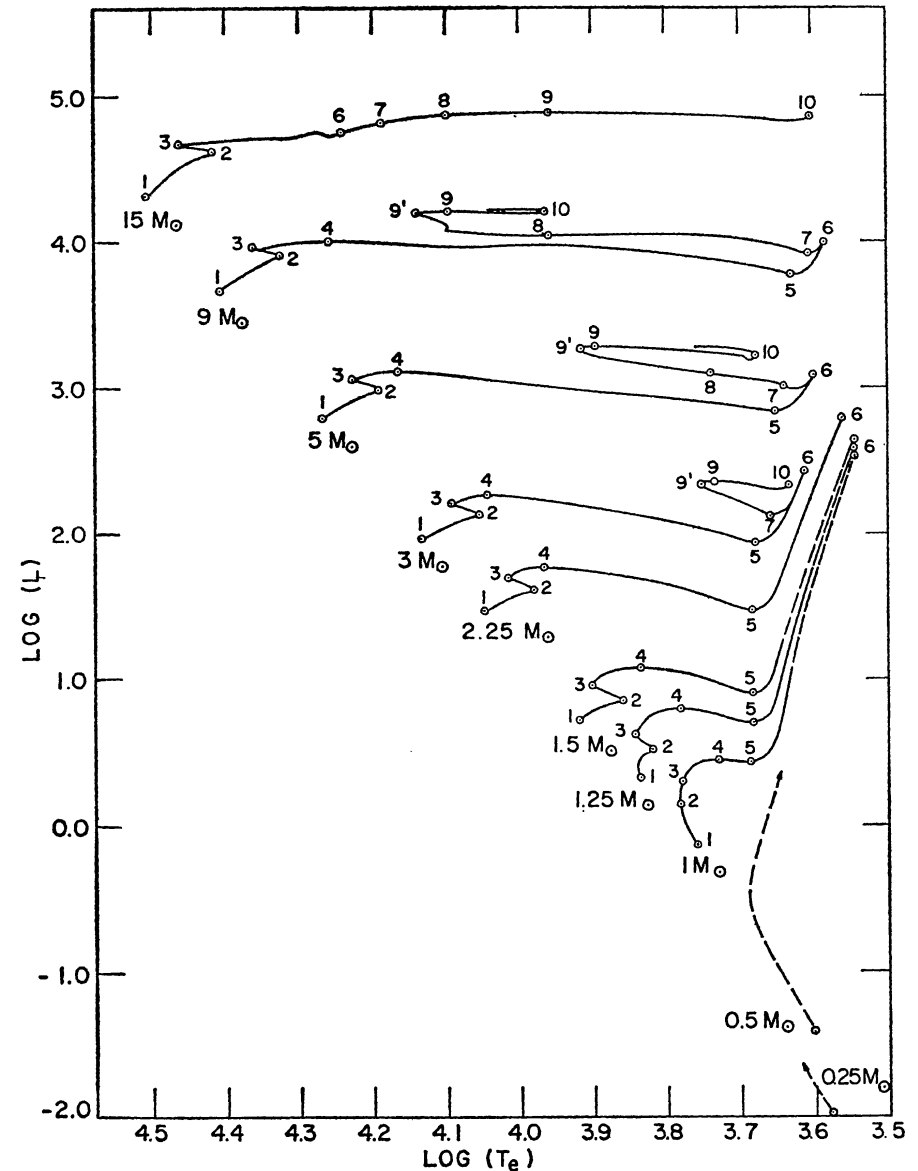
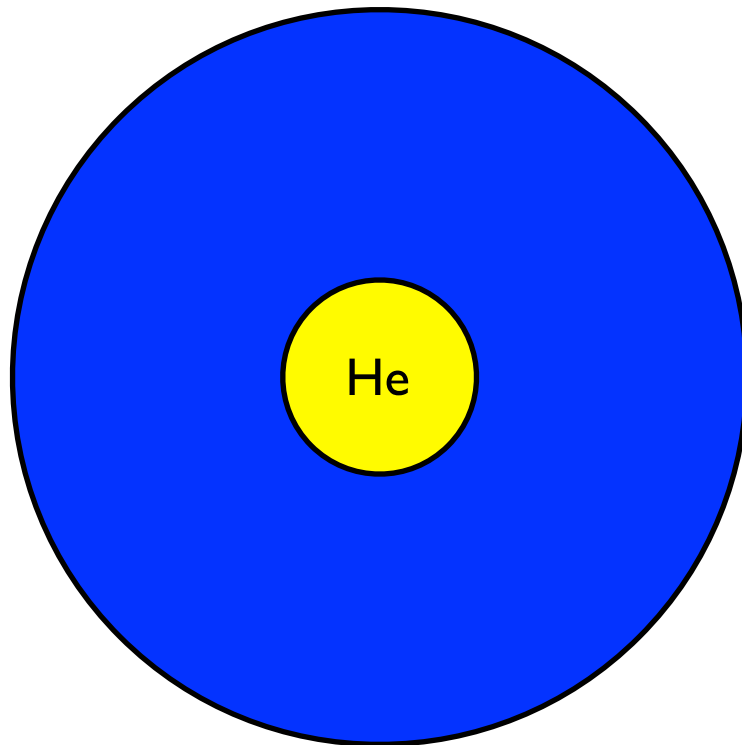
Iben (1967)

Nucleosynthesis in massive stars

2. End of main sequence

Hydrogen exhausted in core.

No energy source, star contracts

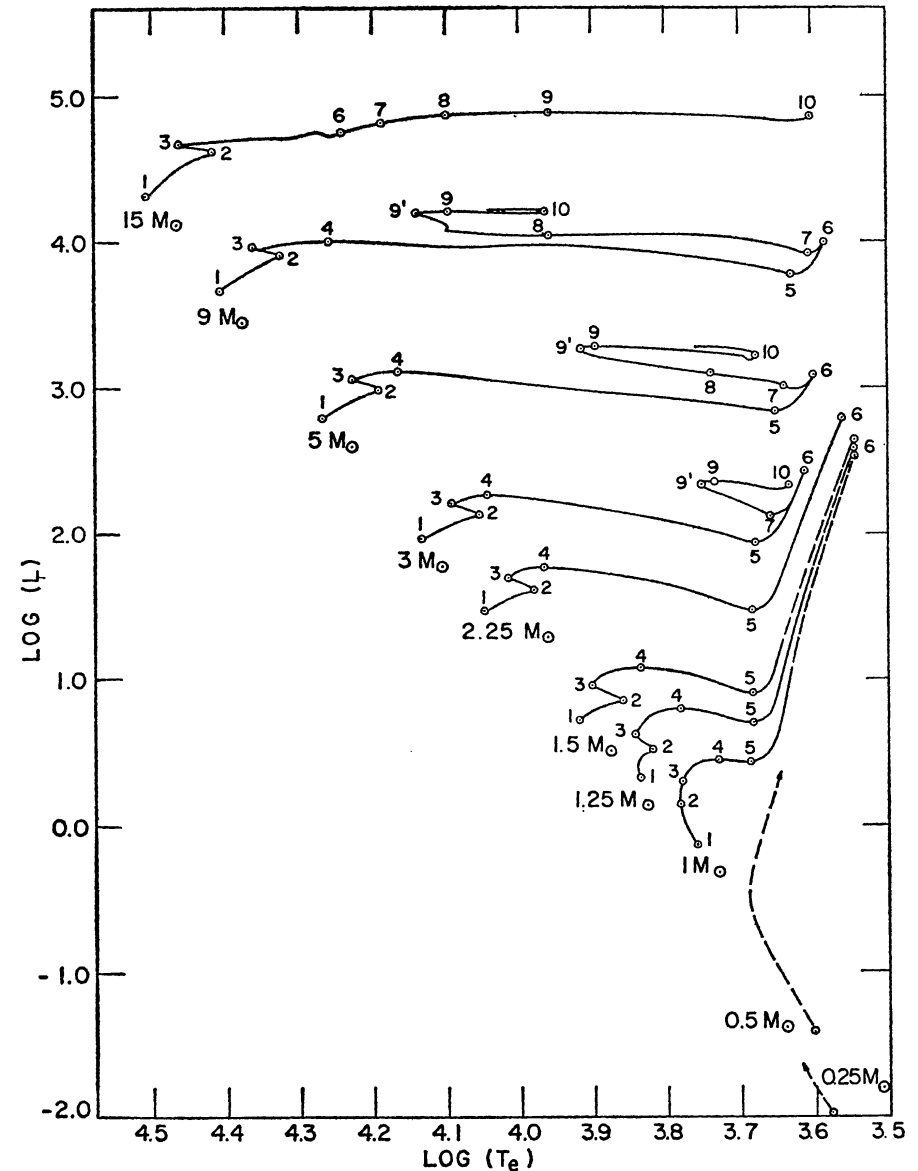
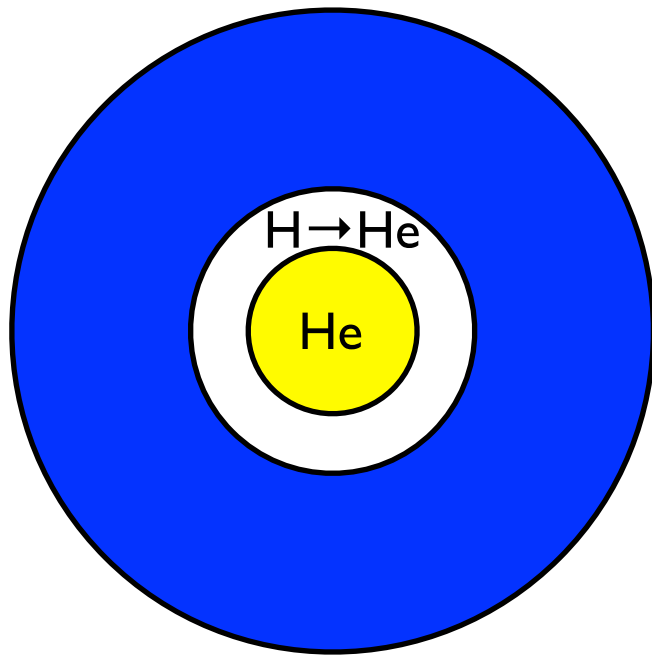


Iben (1967)

Nucleosynthesis in massive stars

3-5. Shell H-burning

H is ignited in a shell around the He core, adding mass to it. The star expands and cools

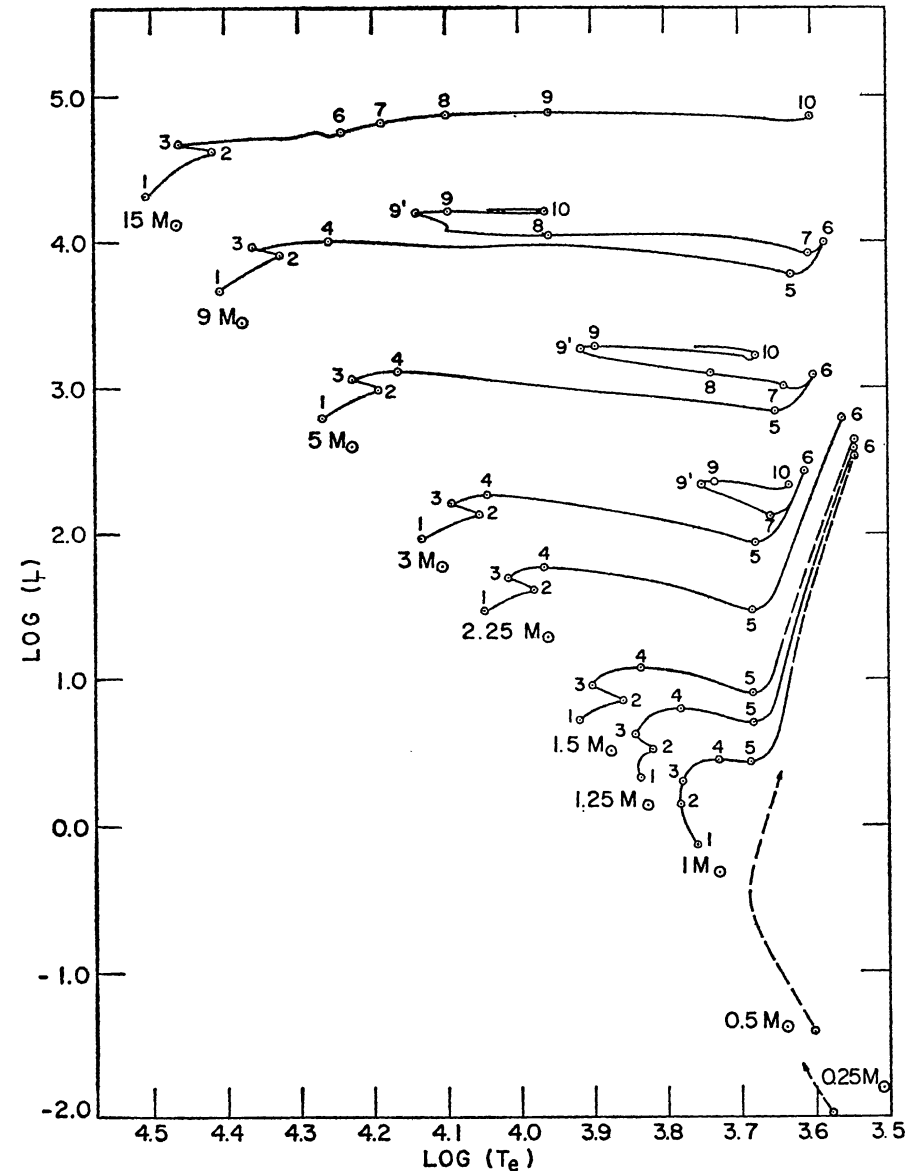
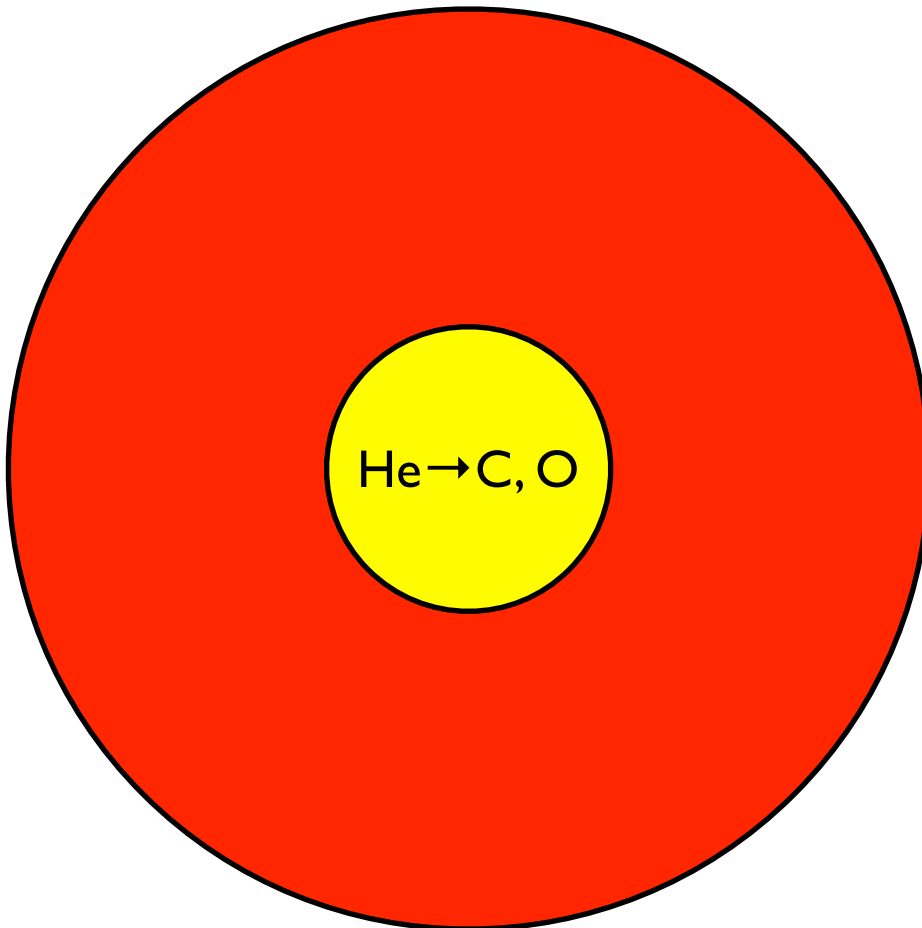


Iben (1967)

Nucleosynthesis in massive stars

6-10. He-burning

He burning in core via “triple alpha process”. “Blue loops” in H-R diagram



Iben (1967)

Nucleosynthesis after He-burning

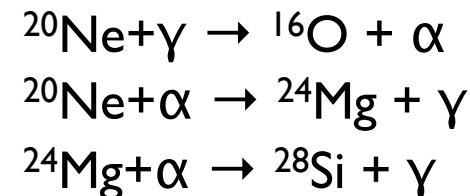
Eventually, the He is used up and the core consists (mainly) of C, O.

Subsequent evolution very fast; outer layers of star do not have time to react

C-burning ($T_{\text{core}} \sim 10^9 \text{ K}$, $t \sim 1000 \text{ yr}$)

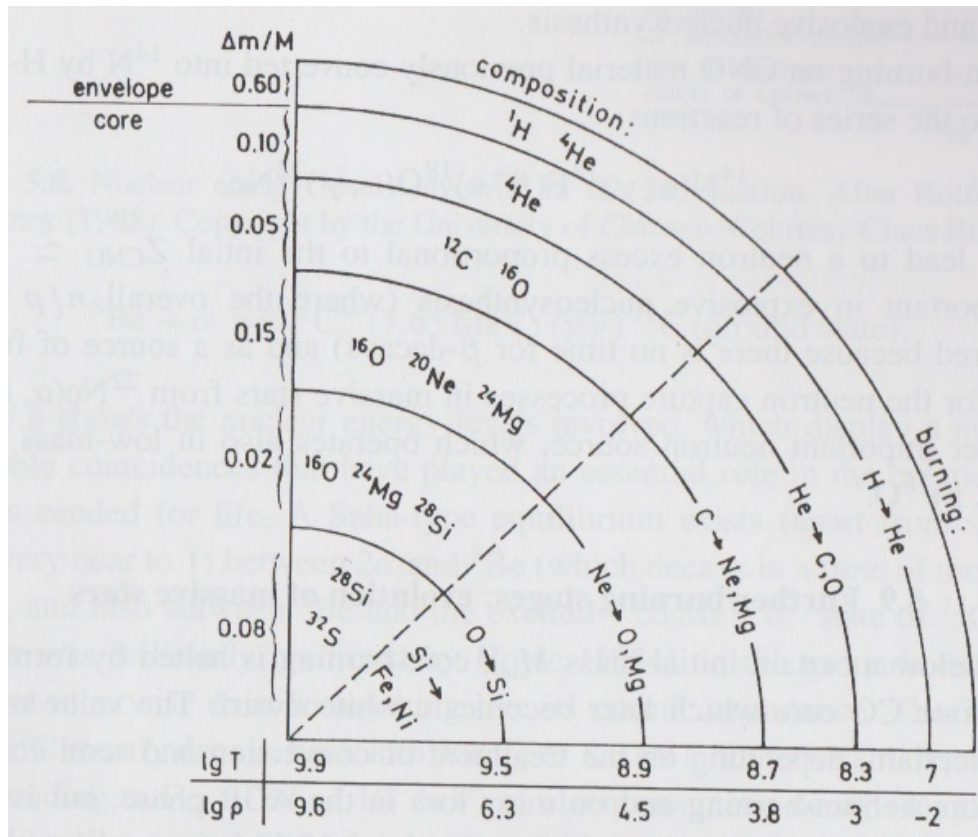


Ne-burning ($T_{\text{core}} \sim 1.5 \times 10^9 \text{ K}$, $t \sim 1 \text{ yr}$)



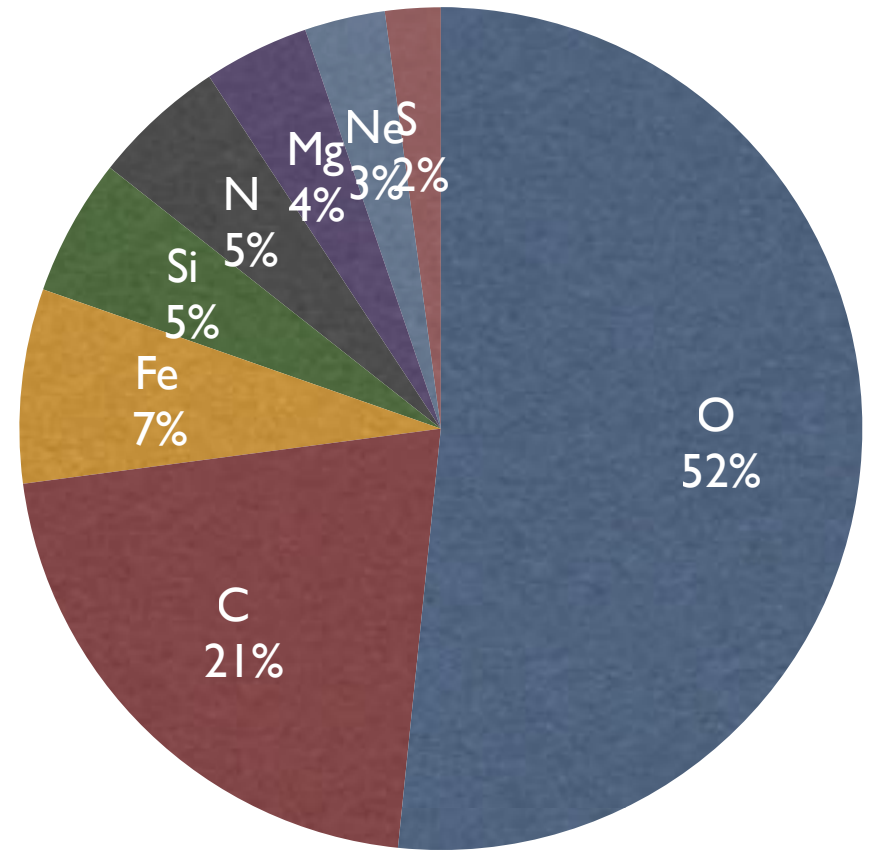
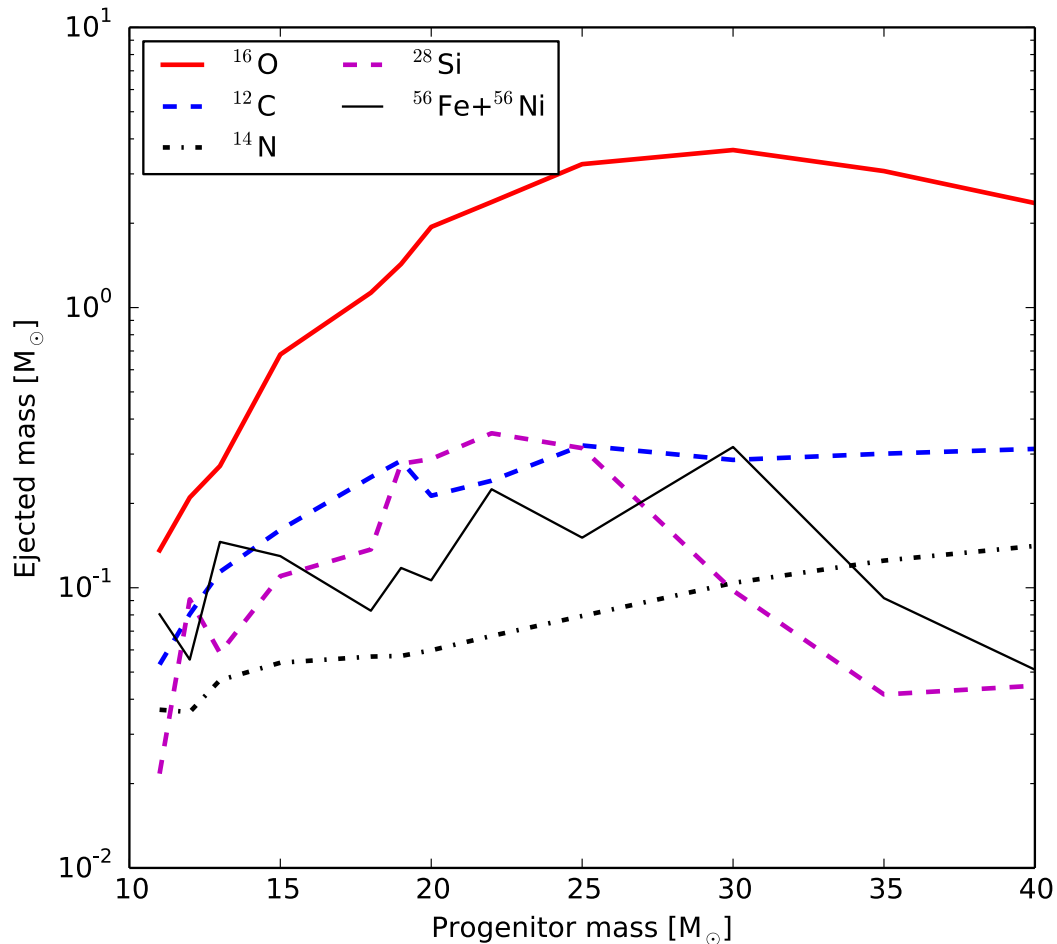
Alpha-elements:

${}^{16}\text{O}$, ${}^{20}\text{Ne}$, ${}^{24}\text{Mg}$, ${}^{28}\text{Si}$, etc.



25 M_{\odot} star; Pagel (2009)

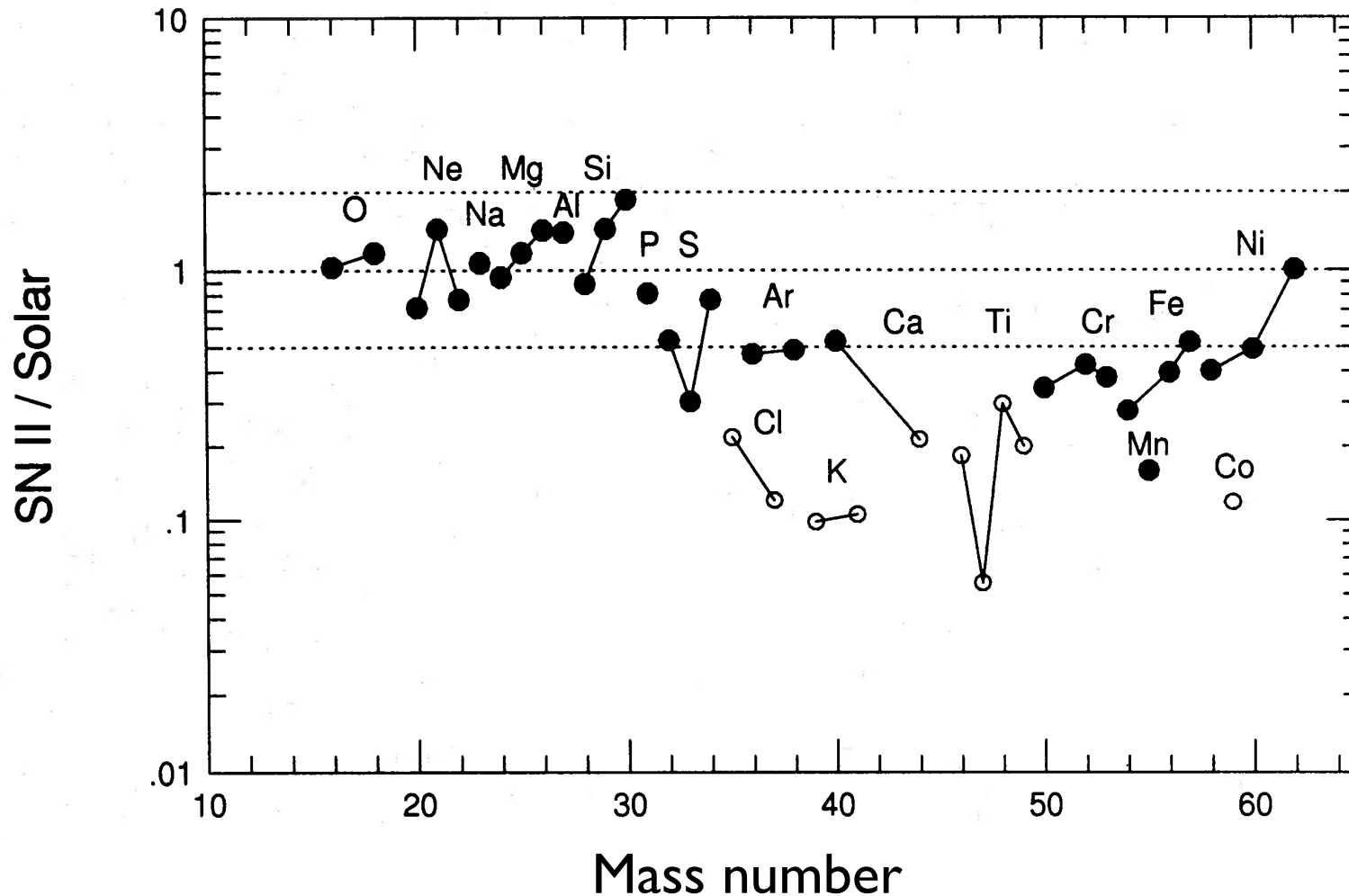
Nucleosynthesis in Type II SNe



Data from Woosley & Weaver (1995)

SN II yields relative to Solar composition

Type II SNe produce too few iron-peak elements (Cr, Mn, Fe, Ni)



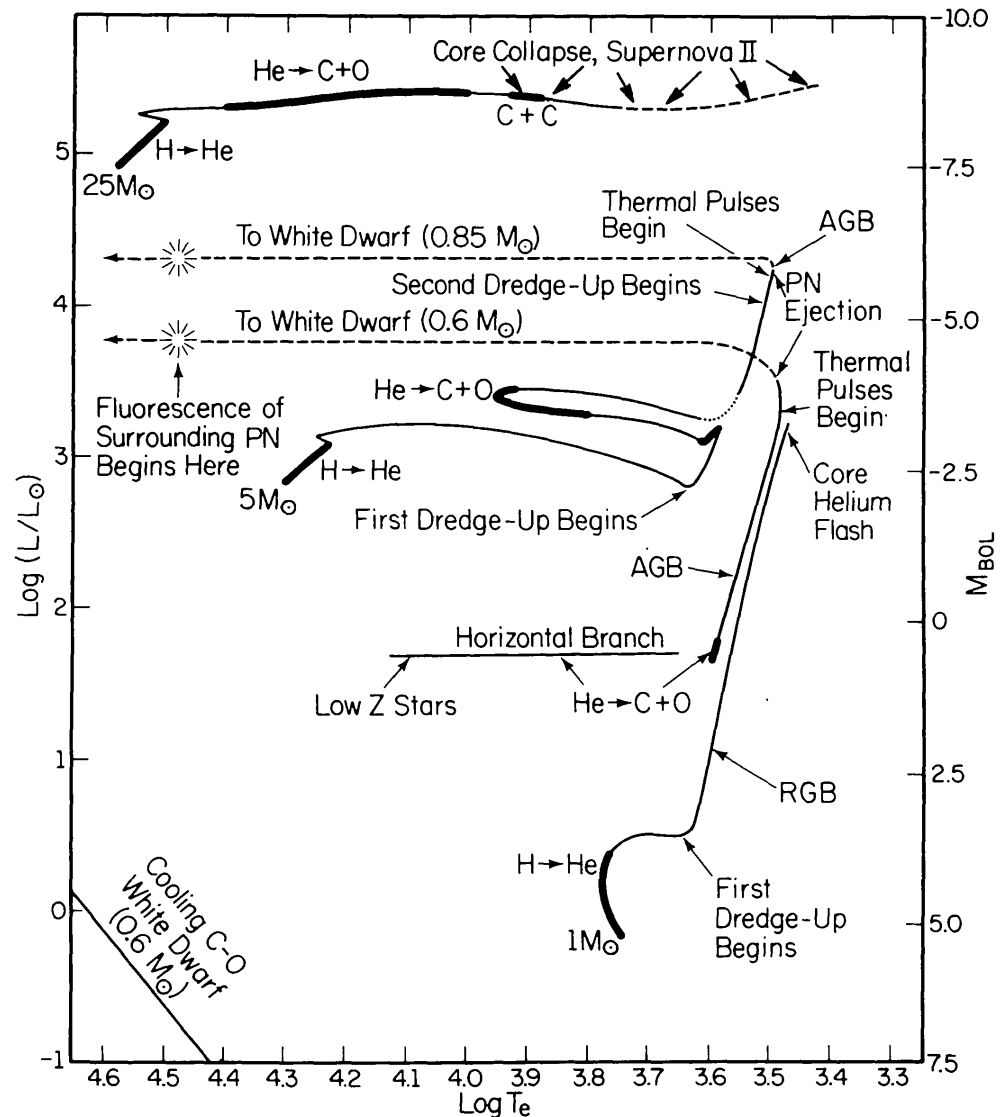
Tsujimoto et al. (1995)

Nucleosynthesis in Type Ia SNe

Stars with initial mass less than (about) $8 M_{\odot}$:

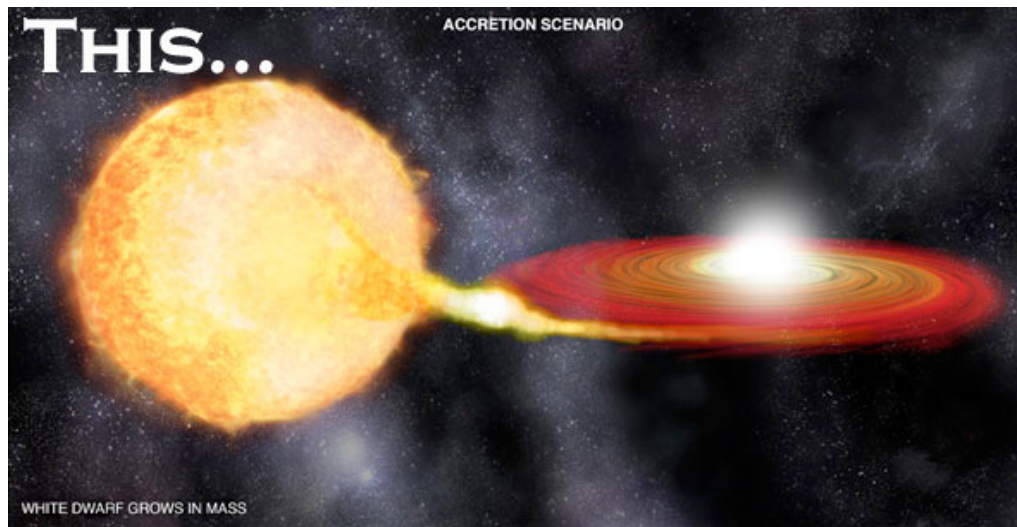
No C ignition; end product is a C-O white dwarf

Maximum mass of stable WD: $1.4 M_{\odot}$
(*Chandrasekhar mass*)



Iben (1991)

Nucleosynthesis in Type Ia SNe



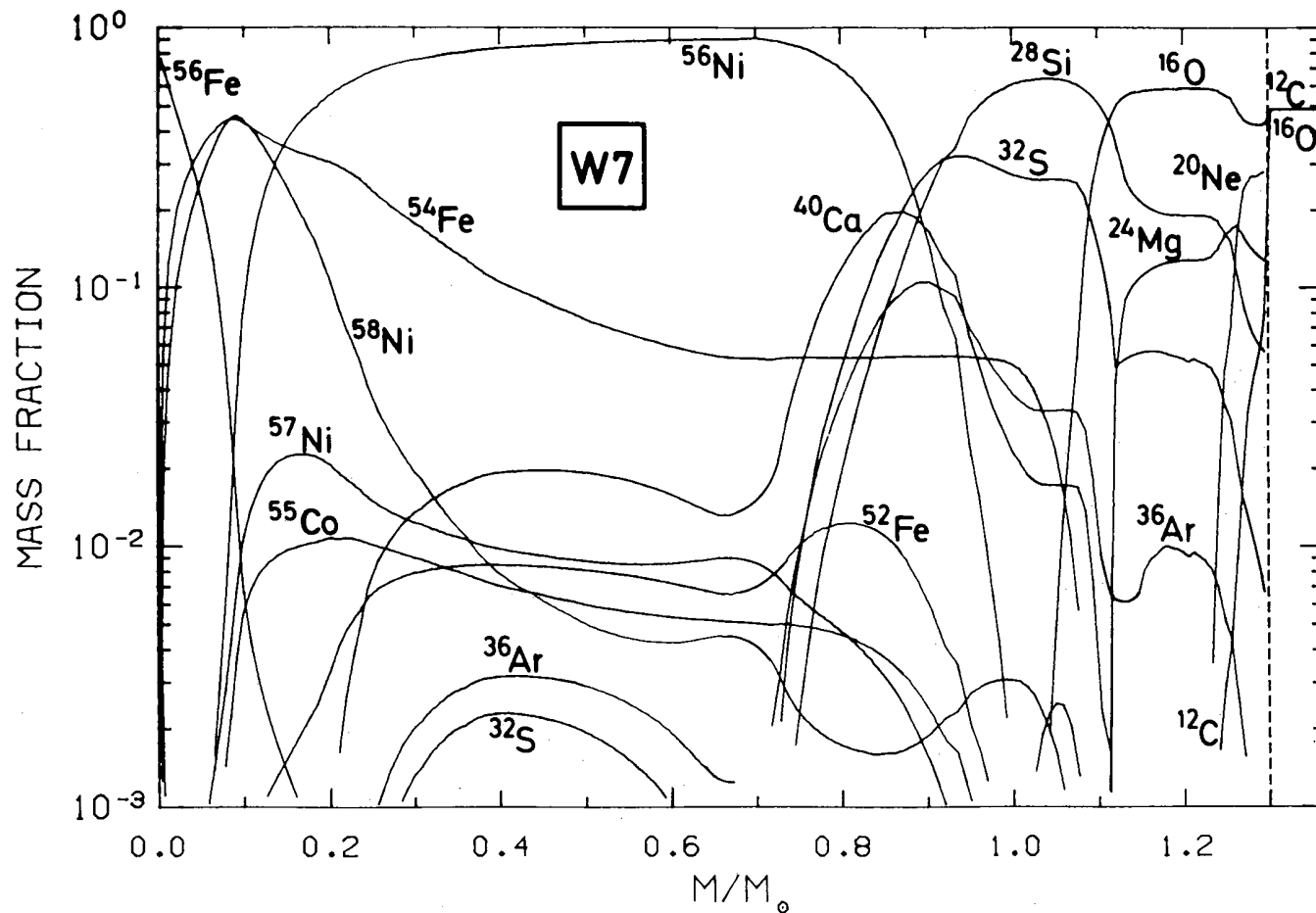
The mass of a WD may exceed the Chandrasekhar limit if it accretes matter from a companion, or merges with another WD.

The result is then believed to be a SN explosion of Type Ia.

(Observationally, the Type I vs Type II refers to absence or presence of H lines)

Nucleosynthesis in Type Ia SNe

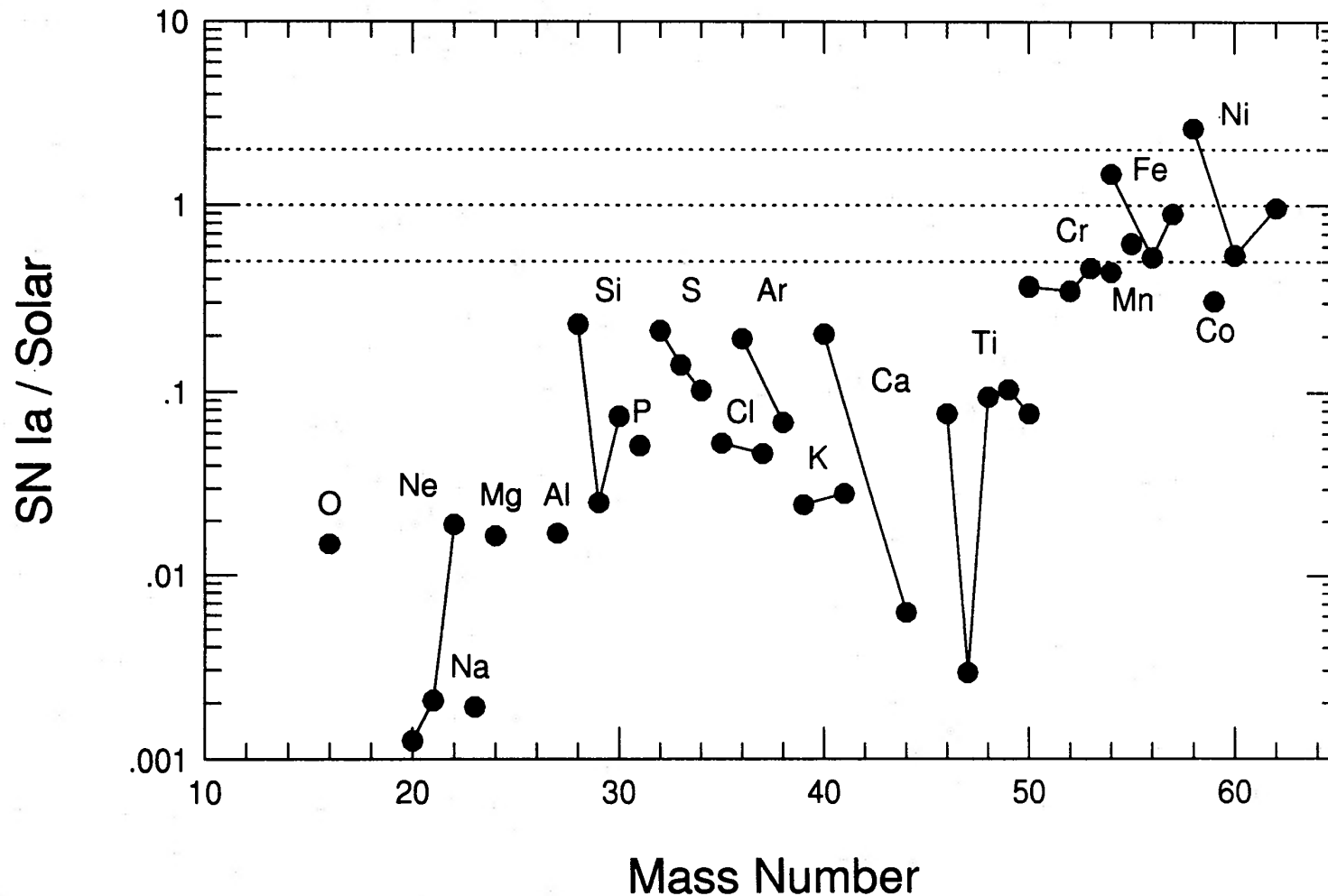
Type Ia SNe produce large amounts of ^{56}Ni (which then decays to ^{56}Fe)



Nomoto et al. (1984)

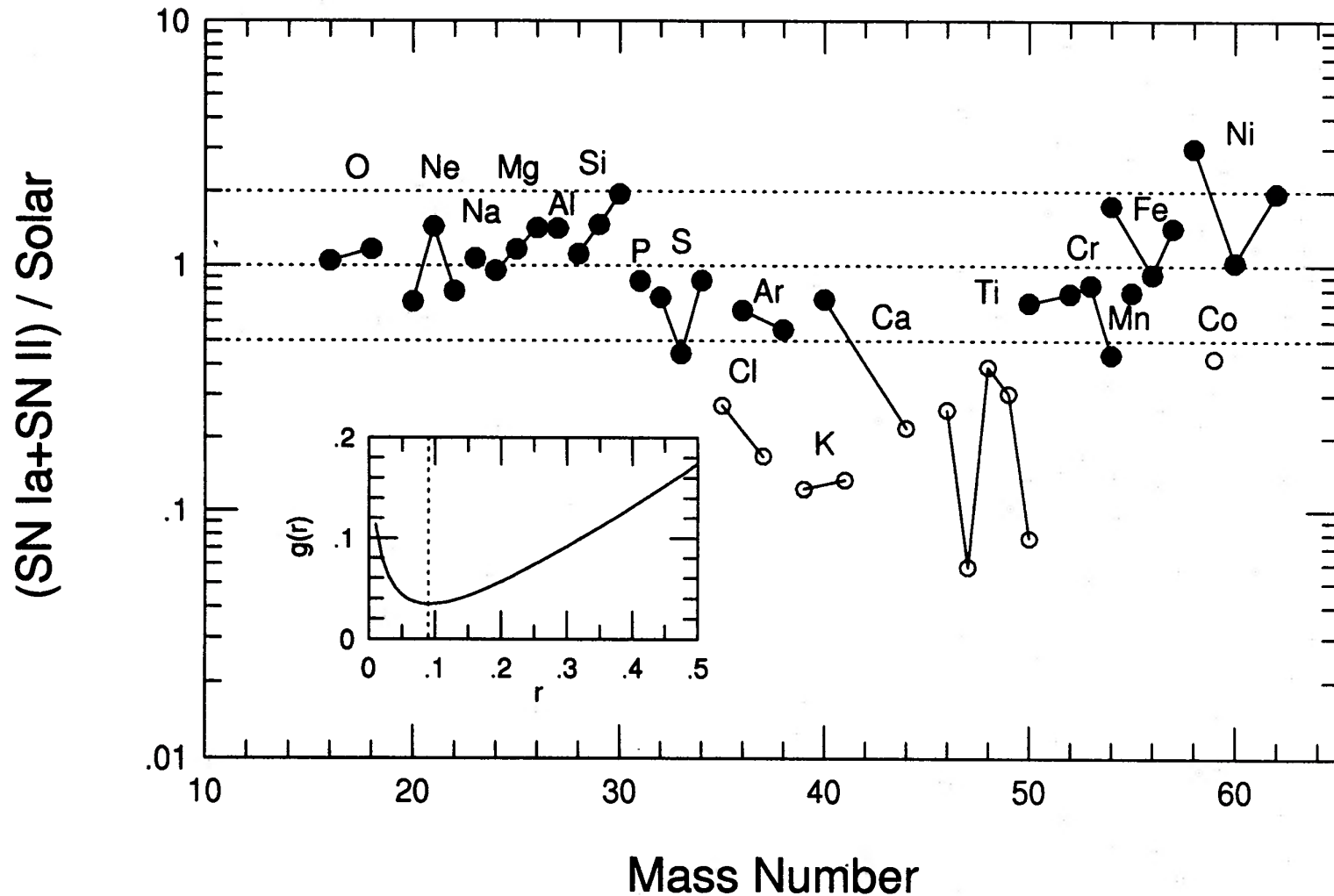
SN Ia yields relative to Solar composition

Type Ia SNe can account for Fe-peak elements



SN Ia+II combined

Best fit: SN Ia contribute about 9% of the metals



We can account for the Solar (system) composition by choosing a suitable combination of Type Ia and Type II SN nucleosynthesis.

But the overall scaling, and the relative contributions, have so far been treated as *free parameters*.

Next:

We need a real *Galactic Chemical Evolution* model.

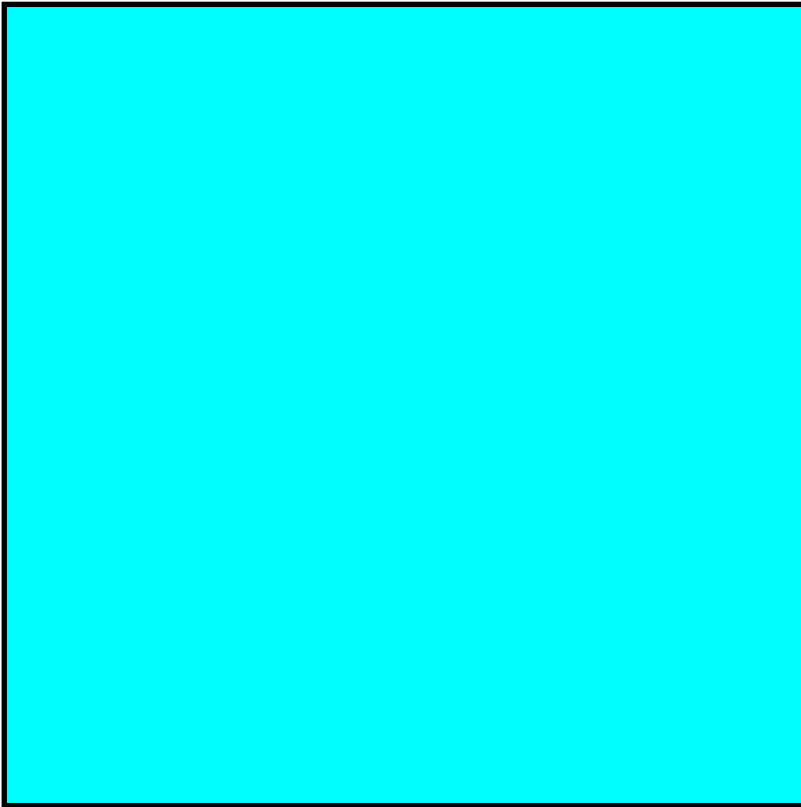
Eenvoudige Modellen voor de Chemische Evolutie

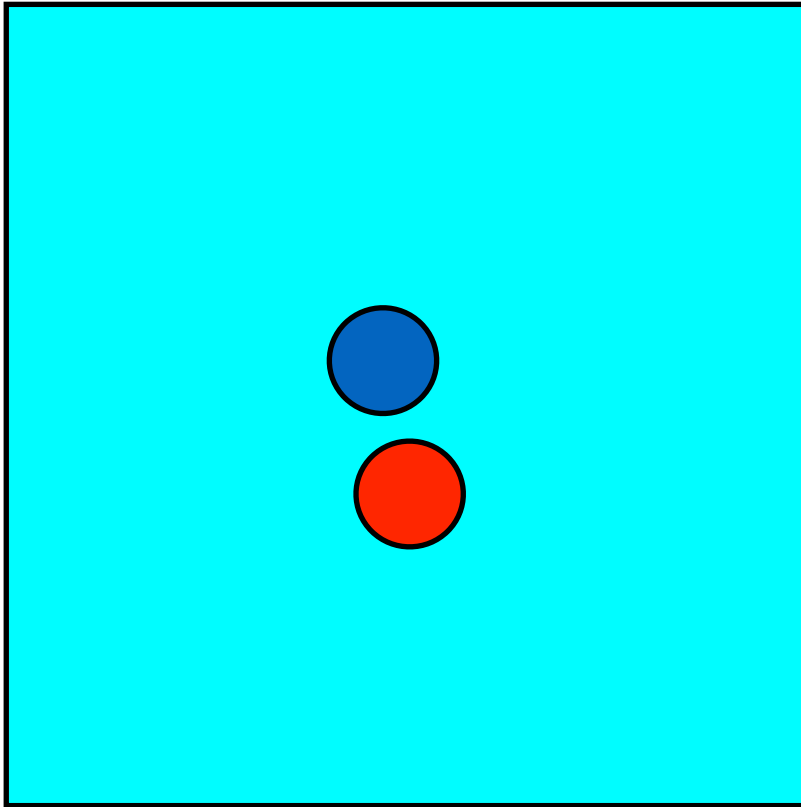
- Closed box (“Gesloten box”)
- Leaky box (“Lekkende box”)
- Accreting box (“Accreterende box”)

The “Closed Box” model

- Closed system - no material can enter or leave the box.
- Initially, the box only contains gas (no stars)
- Evolution is followed in (small) time steps, during which:
 - Part of the gas is converted into stars
 - Some of these stars have very long lifetimes and act as passive “remnants”
 - The rest explode as SNe immediately (within one time step) and return their nucleosynthetic products (“metals”) to the gas
 - The metals are immediately mixed with the gas

$t=0$: only gas (Mg)





Star formation:

Gas \rightarrow stars

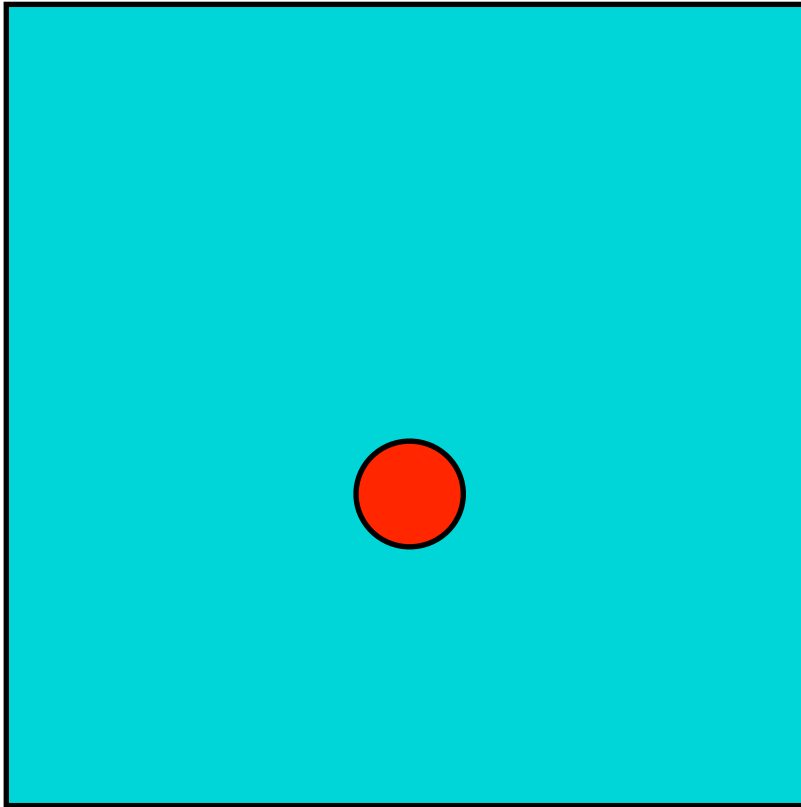
Mg decreases

Ms increases

Gas is polluted by
supernovae:

Mh increases

$Z = Mh/Mg$ increases



Star formation:

Gas \rightarrow stars

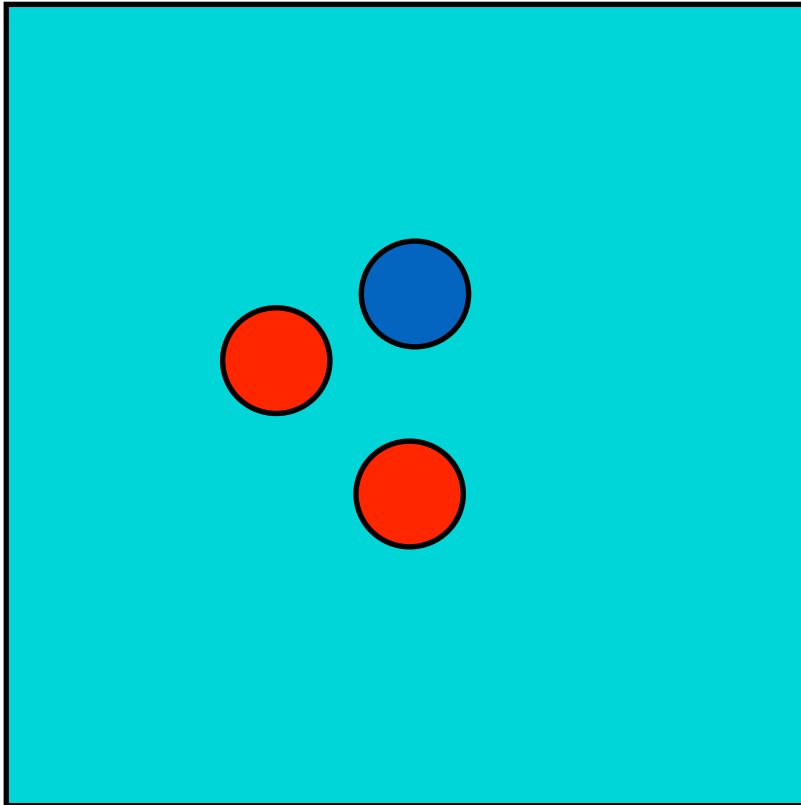
Mg decreases

Ms increases

Gas is polluted by
supernovae:

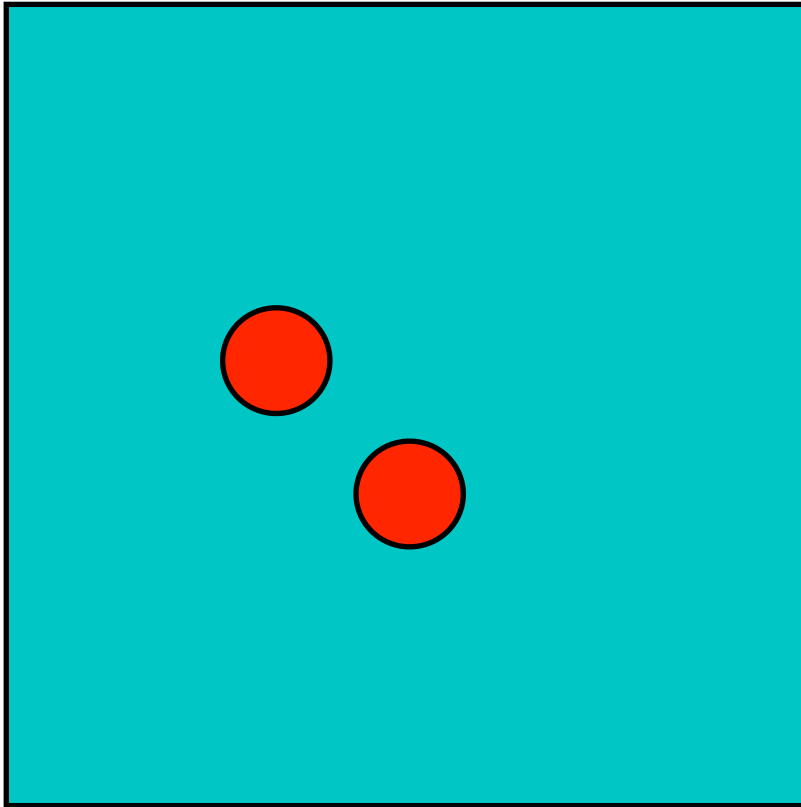
Mh increases

$Z = Mh/Mg$ increases

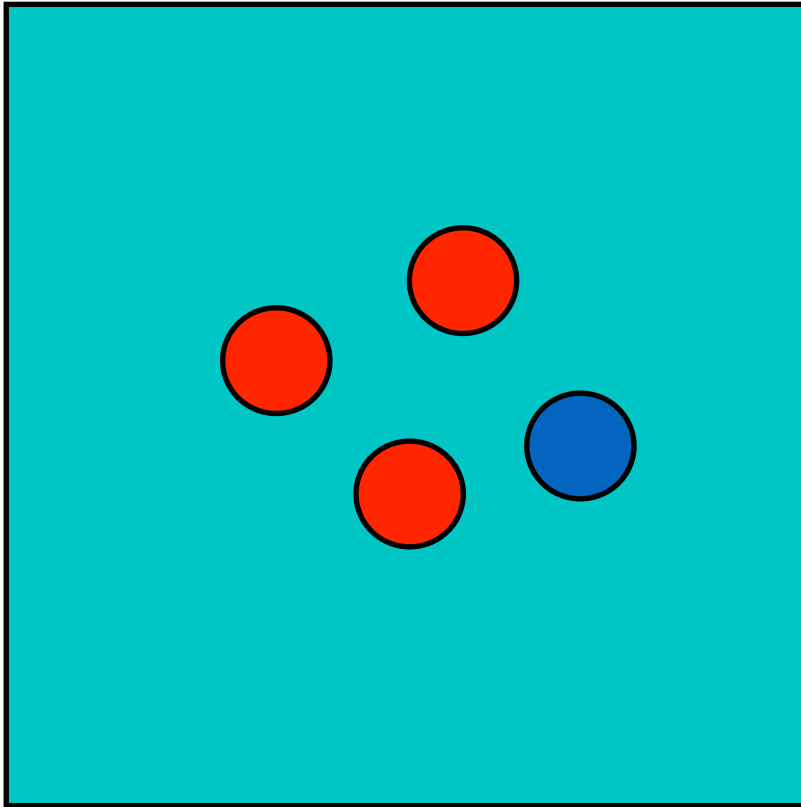


More star formation
+ pollution

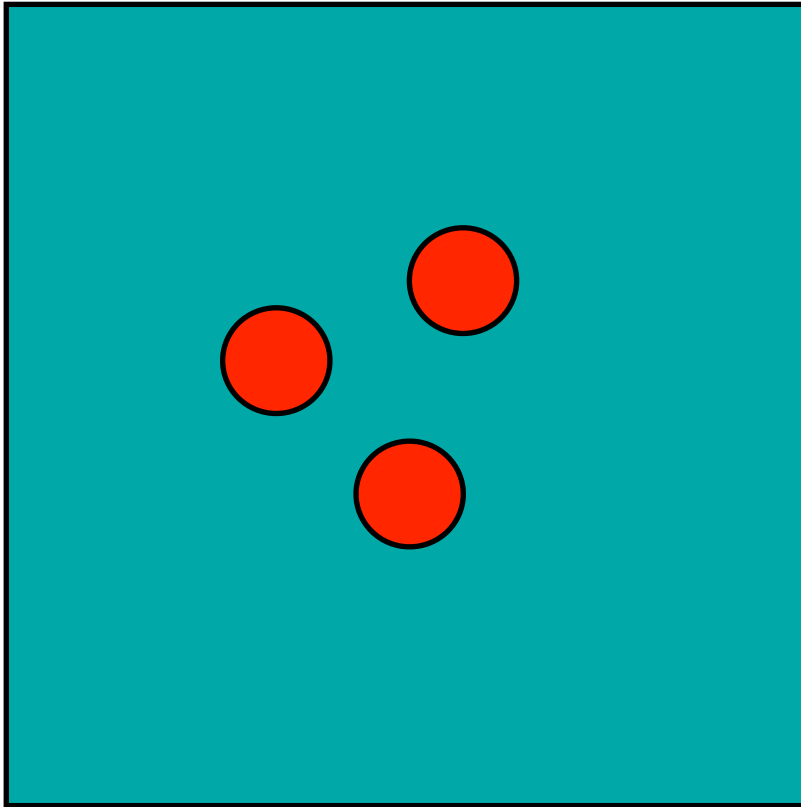
Mg decreases
Ms increases
Z increases



Mg decreases
Ms increases
Z increases



Mg decreases
Ms increases
Z increases



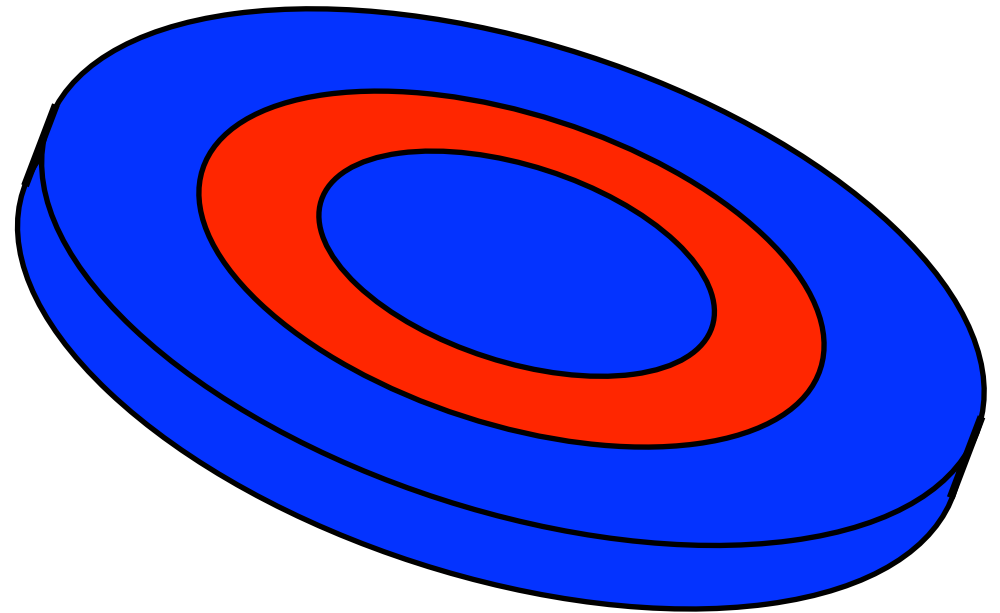
Mg decreases
Ms increases
Z increases

“Closed box” model:

Een sterrenstelsel wordt beschouwd als een aantal concentrische zones die onafhankelijk van elkaar en de omgeving evolueren.

In elke zone:

- Massa van gas = M_g
- Massa van metalen = M_h
- Massa van overblijfsels (materiaal dat niet meer aan de chemische evolutie deelneemt) = M_s
- Metalliciteit = $Z = M_h/M_g$.



Het “Closed Box” model in woorden:

- Als een nieuwe generatie van sterren vormt:
 - Metalen worden geproduceerd. Deze worden ogenblikkelijk met het resterende gas binnen de box gemengd
 - M_s wordt met een hoeveelheid δM_s verhoogd
 - M_g wordt met dezelfde hoeveelheid δM_s verlaagd
 - Hoeveelheid nieuwe metalen = $p \delta M_s$, waar de p de *yield* (opbrengst) is.
Yield is afhankelijk van *a*) stellaire nucleosynthese, en *b*) de verhouding tussen massieve en minder massieve sterren (dus de stellaire *Initial Mass Function*, IMF).
- M_h :
Wordt met $p \delta M_s$ verhoogd (net geproduceerd),
Wordt met $Z \delta M_s$ verlaagd (in overblijfsels opgesloten)

Het Closed Box model:

Metalliciteitsverandering tijdens een tijdstap δt :

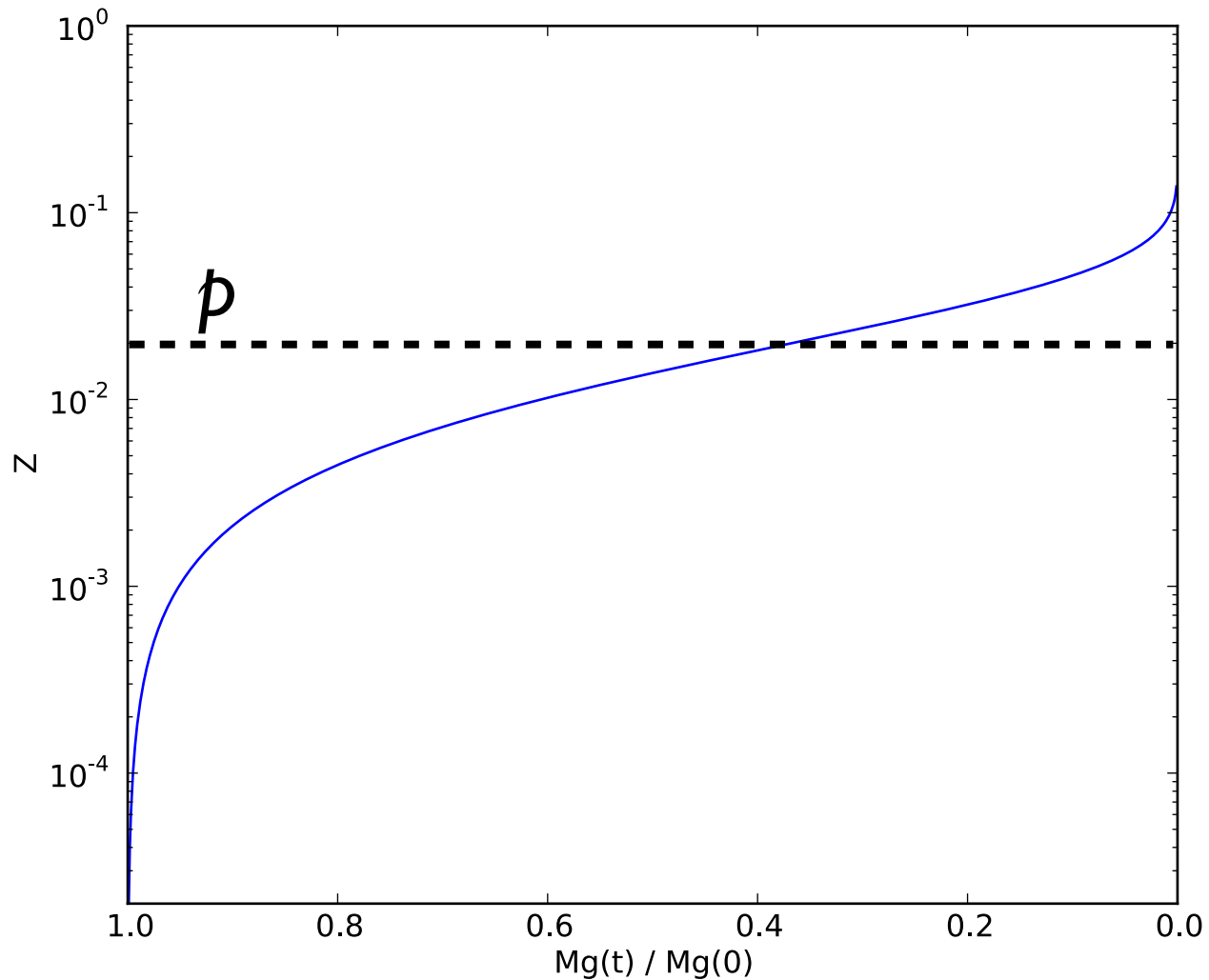
$$\begin{aligned}\delta Z &= \delta \left(\frac{M_h}{M_g} \right) = \frac{\delta M_h}{M_g} - \frac{M_h}{M_g^2} \delta M_g \\ &= \frac{1}{M_g} \left(\delta M_h - \frac{M_h}{M_g} \delta M_g \right) = \frac{1}{M_g} (p \delta M_s - Z \delta M_s - Z \delta M_g) \\ &= \frac{1}{M_g} (-p \delta M_g + Z \delta M_g - Z \delta M_g) \quad \delta M_g = -\delta M_s\end{aligned}$$

$$\delta Z = -p \delta M_g / M_g$$

Als p constant is en $Z=0$ op $t=0$ dan

$$Z(t) = -p \int_{M_g(0)}^{M_g(t)} M_g^{-1} dM_g = -p [\ln M_g(t) - \ln M_g(0)] = -p \ln \frac{M_g(t)}{M_g(0)}$$

Metalliciteit versus $f(\text{gas})$ voor $p=0.02$.



Metalliciteit is alleen van *gasfractie* en p afhankelijk

Gas-arme systemen zijn *metaal-rijk* en vice versa.

$$f_{\text{gas}} \equiv \frac{M_g}{M_g + M_s} = \frac{M_g(t)}{M_g(0)}$$

$$Z(t) = -p \ln \frac{M_g(t)}{M_g(0)} \\ = -p \ln f_{\text{gas}}$$

Wat is de metalliciteitsverdeling van sterren?

Sterren die voor tijd t gevormd zijn hebben $Z < Z(t)$, dus

$$M_s(Z < Z(t)) = M_s(t) = M_g(0) - M_g(t) = M_g(0) \left(1 - \frac{M_g(t)}{M_g(0)} \right) \\ = M_g(0)(1 - f_{\text{gas}}(t))$$

$$Z(t) = -p \ln f_{\text{gas}} \quad \text{dus} \quad f_{\text{gas}}(t) = e^{-Z(t)/p}$$

De *cumulative* metalliciteitsverdeling is dan

$$M_s(Z < Z(t)) = M_0(1 - e^{-Z(t)/p})$$

De differentieële metalliciteitsverdeling is:

$$\frac{dM_s}{dZ} = \frac{M_0}{p} e^{-Z/p}$$

Gemiddelde metalliciteit

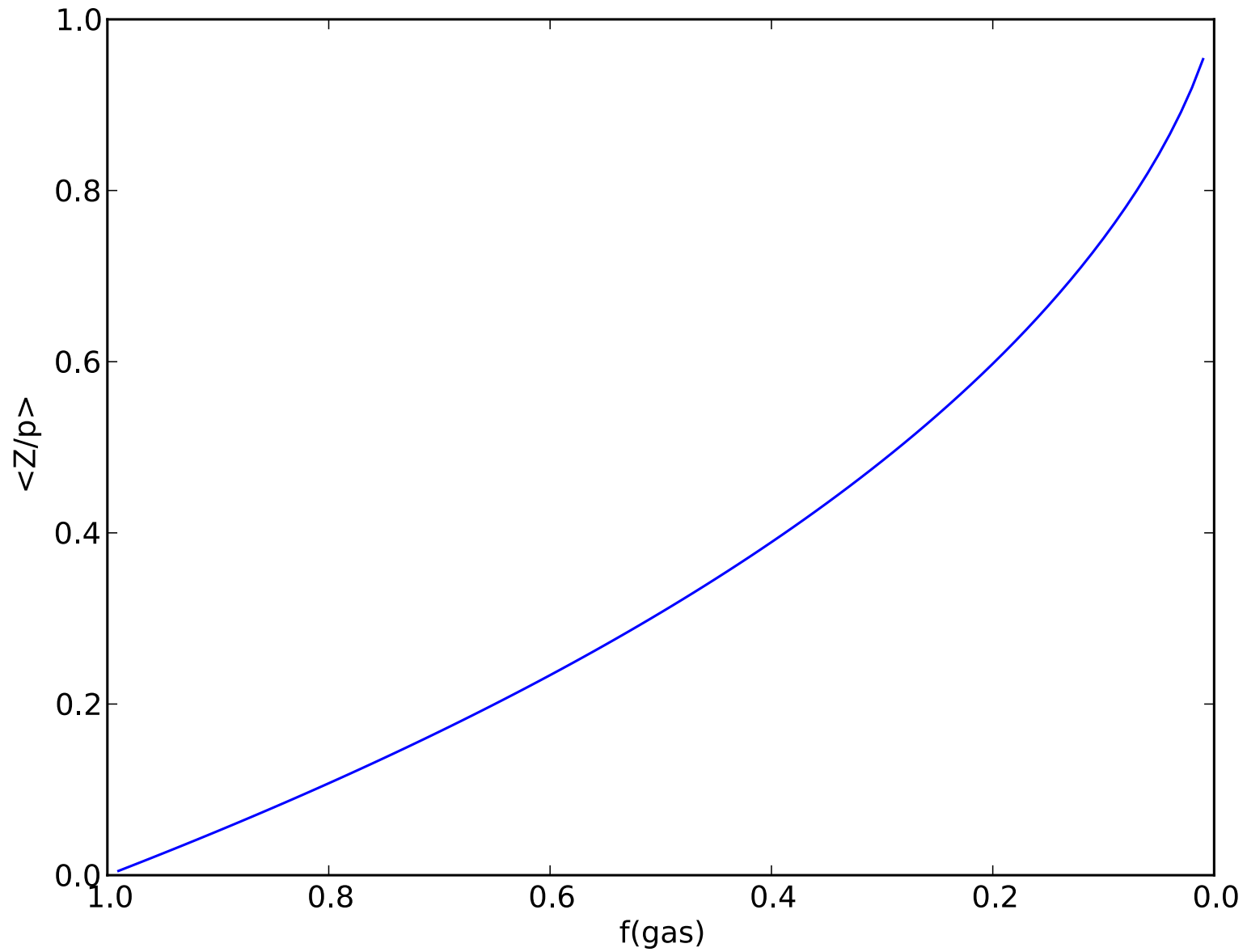
Differentiële metalliciteitsverdeling:

$$\frac{dM}{dZ} \equiv n(Z) = \frac{M_0}{p} e^{-Z/p}$$

De gemiddelde metalliciteit is dan

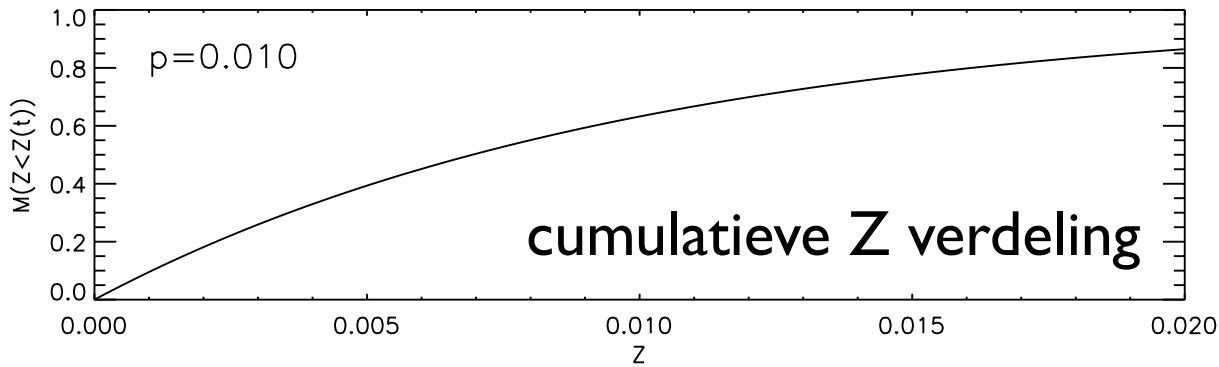
$$\begin{aligned} \langle Z \rangle &= \frac{\int_0^{Z_{\max}} Z n(Z) dZ}{\int_0^{Z_{\max}} n(Z) dZ} \\ &= \frac{\int_0^{-p \ln f_{\text{gas}}} Z n(Z) dZ}{\int_0^{-p \ln f_{\text{gas}}} n(Z) dZ} = p \left(1 + \frac{f_{\text{gas}} \ln f_{\text{gas}}}{1 - f_{\text{gas}}} \right) \end{aligned}$$

Gemiddelde metalliciteit: $\langle Z \rangle \rightarrow p$ als $f_{\text{gas}} \rightarrow 0$



Chemische evolutie

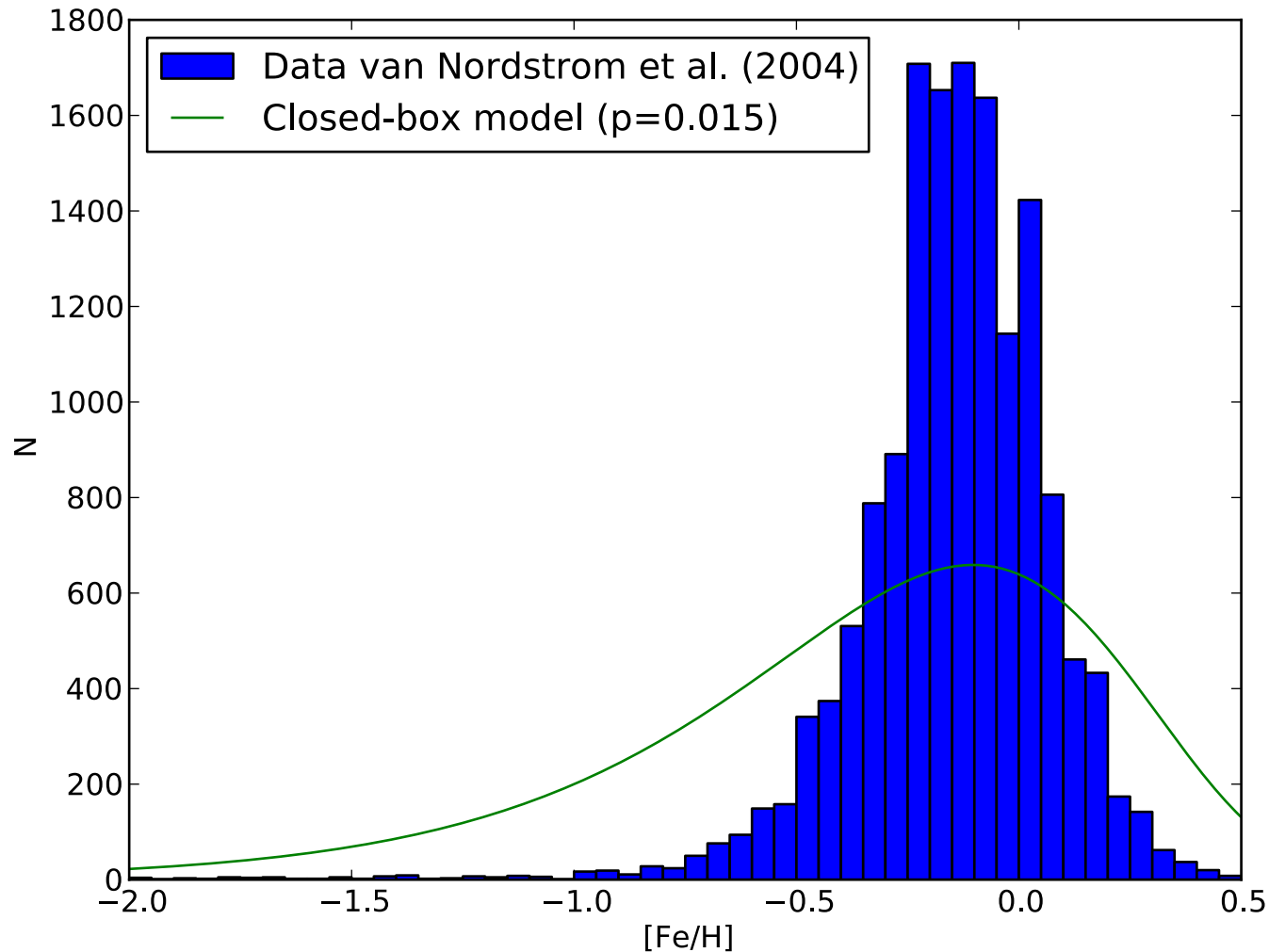
- De *tijdschaal* voor de chemische verrijking is niet belangrijk in het closed-box model
- Een korte, intensieve episode van stervorming geeft dezelfde metalliciteitsverdeling als een langere durende, rustigere stervorming.
- Dit geldt echter uitsluitend als de benadering van “ogenblikkelijke recycling” geldig is!



Volgens het closed-box model moet rond de 50% van sterren (met hoge leeftijden) nabij de Zon een metalliciteit van $Z < 1/3 Z_{\odot}$ hebben.

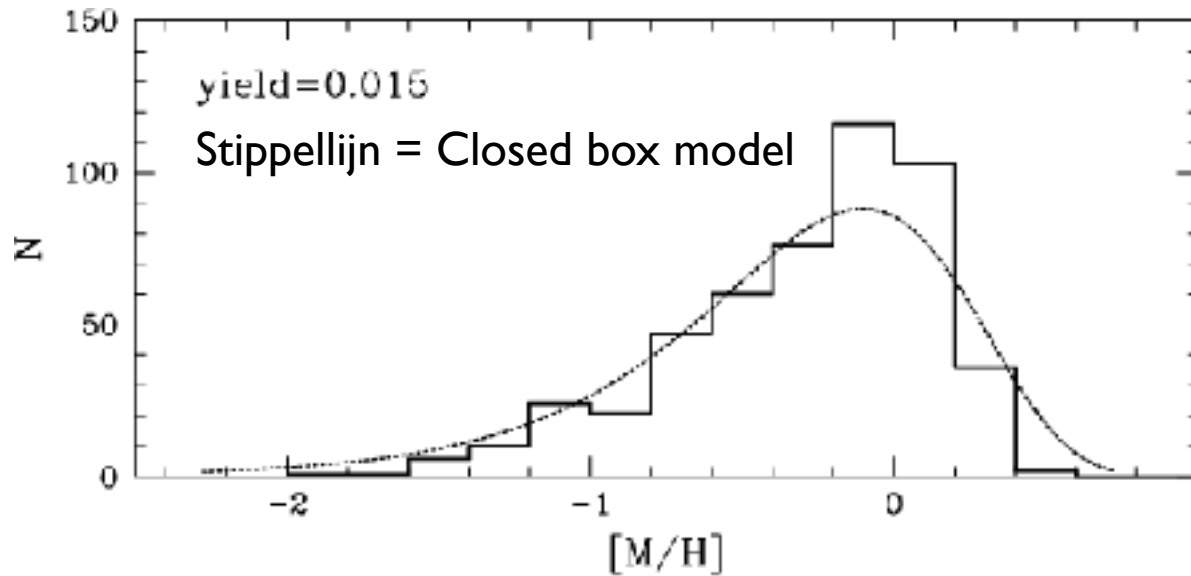
Alleen enkele procenten van de sterren hebben zo'n lage metalliciteit.

Metalliciteiten van sterren nabij de Zon



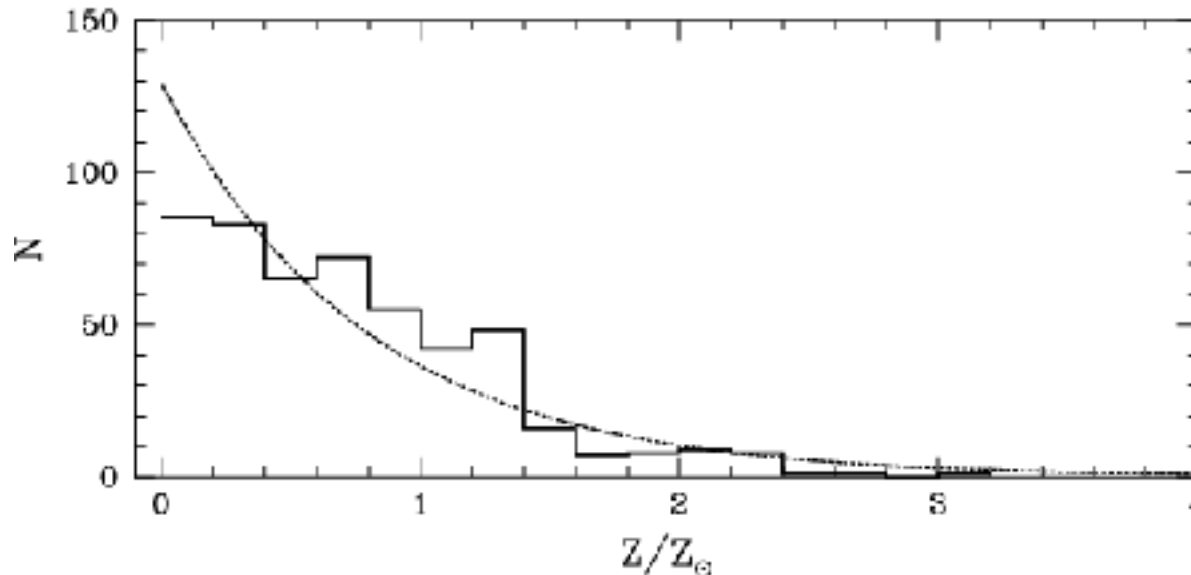
Het closed-box model voorspelt teveel metaal-arme sterren. Dit is het *G-dwerg probleem*.

Metalliciteiten van sterren in de Bulge

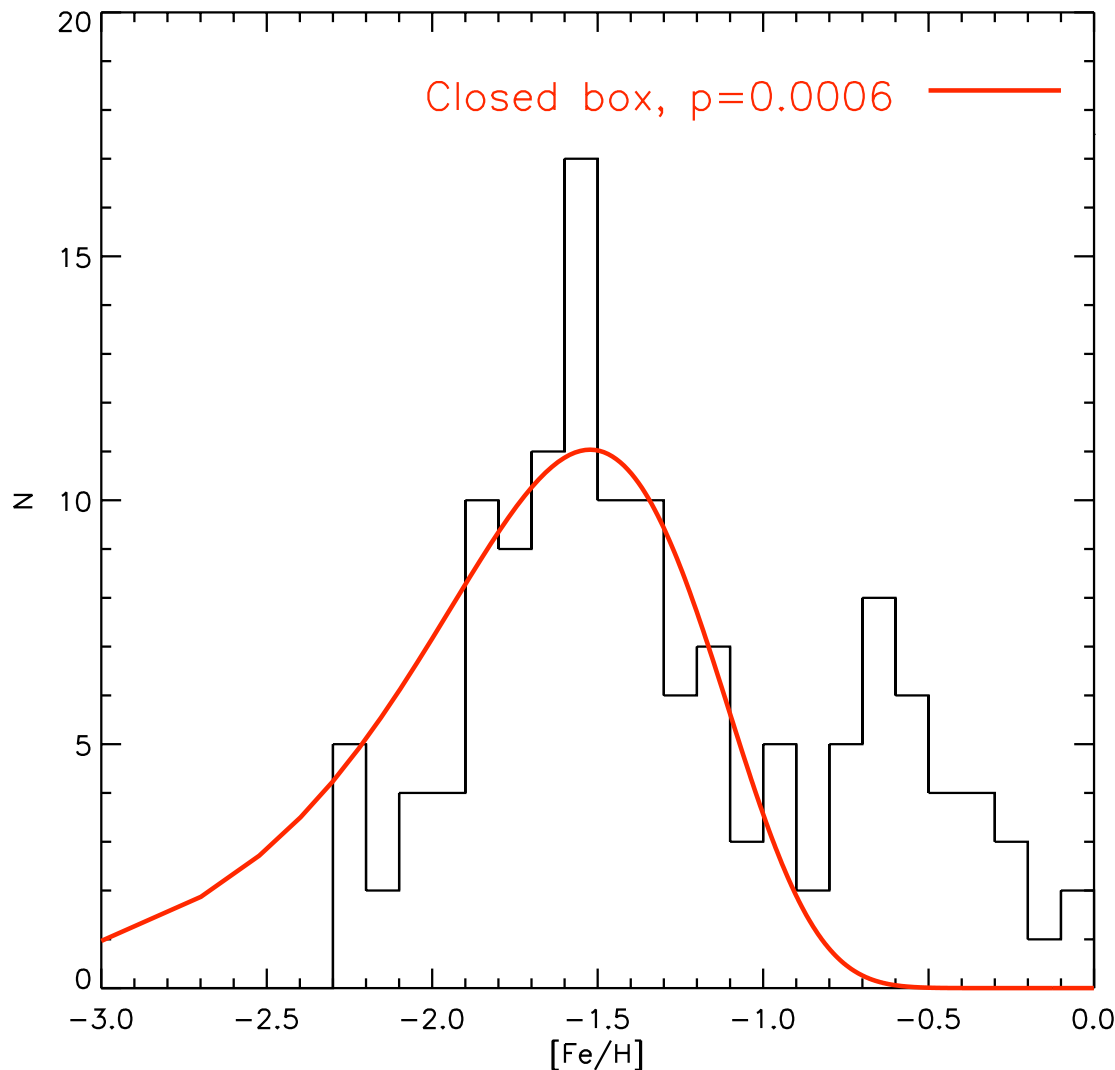


Metalliciteitsverdeling van bulge sterren komt goed overeen met de closed-box model.

Geen G-dwerg probleem in de bulge!



Metalliciteiten van bolvormige sterhopen



Het closed-box model komt goed overeen met de metalliciteitsverdeling van metaal-arme ('halo') bolhopen.

Ook een "G-dwerg problem" voor de bolvormige sterhopen?

Yield is veel kleiner dan voor de bulge/schijf!

Data van Harris 1996, AJ 112, 1487

Metalliciteiten van halo sterren

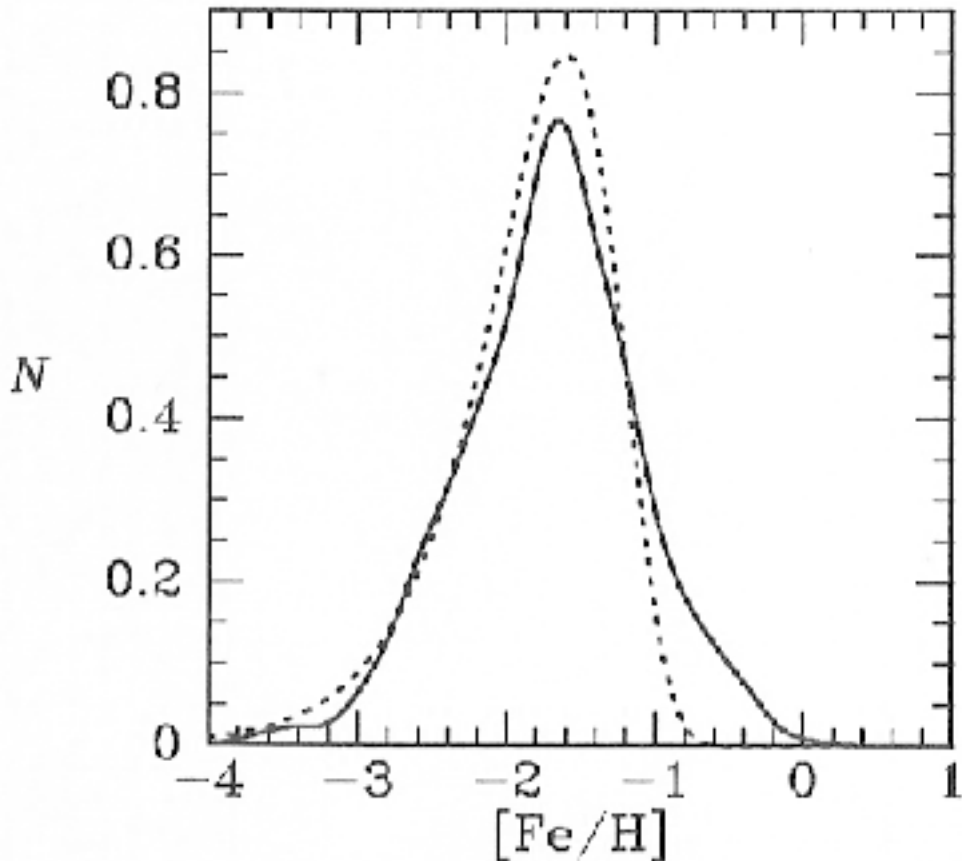


Figure 10.37 Full curve: a normalized, generalized histogram of the metallicity distribution of 372 kinematically-selected halo MS stars. Dashed curve: the distribution predicted by the leaky-box model with $y_{\text{eff}} = 0.025$. [After Ryan & Norris (1991) from data kindly supplied by S. Ryan]