

1 Galactische rotatie en spiraalarmen

In het proces van stervorming stort een *giant molecular cloud* (gigantische moleculaire wolk) ineen onder invloed van zijn eigen zwaartekracht. In het college over sterevolutie hebben we gezien dat dit alleen kan gebeuren als de wolk tegelijkertijd koelt om steeds boven zijn eigen Jeans massa te blijven. Echter, de wolk moet natuurlijk niet ook tegelijkertijd uit elkaar getrokken worden door de differentiele rotatie van een sterrenstelsel. We gaan hier uit van een wolk met een massa van $M_w = 10^6 M_\odot$ en een beginstraal van $r_w = 100$ pc.

1. Wat is de tijdschaal (τ_{ff}) waarop deze wolk ineen zal storten en sterren zal gaan vormen?

Deze tijdschaal wordt gegeven door de vrij val tijd van de hele wolk:

$$\tau_{ff} = \sqrt{\frac{1}{G\rho}} \quad (1)$$

We hebben hier $\rho = 10^6 M_\odot / (4/3\pi R^3) = 1.62 \cdot 10^{-20} \text{ kg m}^{-3}$. De vrije val tijd is dus: $9.6 \cdot 10^{14} \text{ s} = 30 \text{ Myr}$

2. Stel dat deze wolk zich in de Melkweg op een afstand R_0 van het centrum bevindt (R_0 is de Zonstraal), wat is dan het verschil in omlooptijd rond het Melkwegcentrum tussen de 'binnenkant' en de 'buitenkant' (gemeten naar de radiële afstand tot het Melkwegcentrum) van de wolk? Ga uit van $V_0 = 220 \text{ km s}^{-1}$ en $R_0 = 8.5 \text{ kpc}$.

De rotatiesnelheid op een Zonstraal (= 8.5 kpc) is $V_0 = 220 \text{ km s}^{-1}$ en is vlak. Het verschil om omlooptijd rond het Melkwegcentrum tussen de binnenkant (op $R_{in} = 8.45 \text{ kpc}$) en de buitenkant (op $R_{uit} = 8.55 \text{ kpc}$), bij een vlakke rotatiecurve is:

$$\Delta P = P_{uit} - P_{in} = \frac{2\pi R_{uit}}{V_0} - \frac{2\pi R_{in}}{V_0} = \frac{2\pi \Delta R}{V_0} = 3 \cdot 10^6 \text{ yr} \quad (2)$$

3. Leidt een uitdrukking af voor de uitrekking in de azimuth richting van de wolk, uitgedrukt in de gegeven grootheden (r_w, τ_{ff}, V_0 en R_0). Maak ook de aanname dat de wolk veel kleiner is dan de afstand tot het melkwegcentrum. Wat is de uitrekking door differentieële rotatie over de tijd van ineenstorting van de wolk? Vergelijk dit met de grootte van de wolk.

Het azimuthale uitrekking wordt gegeven door (zie figuur): ΔR . Deze wordt gegeven door:

$$\Delta R = (\theta_1 - \theta_2)R_0 = \left(\frac{t_{ff}}{P_1} - \frac{t_{ff}}{P_2}\right)R_0 = \frac{(P_2 - P_1)t_{ff}R_0}{P_1 P_2} = \quad (3)$$

$$\frac{(2\pi(R_0 + \frac{r_w}{2}) - 2\pi(R_0 - \frac{r_w}{2}))V_0^2 t_{ff} R_0}{2\pi(R_0 + \frac{r_w}{2})2\pi(R_0 - \frac{r_w}{2})V_0} = \quad (4)$$

$$\frac{2\pi r_w t_{ff} R_0 V_0}{4\pi^2 (R_0^2 - (\frac{r_w}{2})^2)} \approx \frac{r_w t_{ff} V_0}{2\pi R_0}, \quad (5)$$

waarin we in de laatste stap de aanname hebben gemaakt dat $R_0^2 - (r_w/2)^2 \approx R_0^2$.

Invullen van de getallen (wees voorzichtig met de eenheden!) laat zien dat de vervorming over de 30 Myr 11.4 pc is, dus slechts 11% t.o.v. de grootte van de wolk, en de differentiele rotatie zal niet belangrijk zijn voor het tegenhouden van de instorting van de wolk.

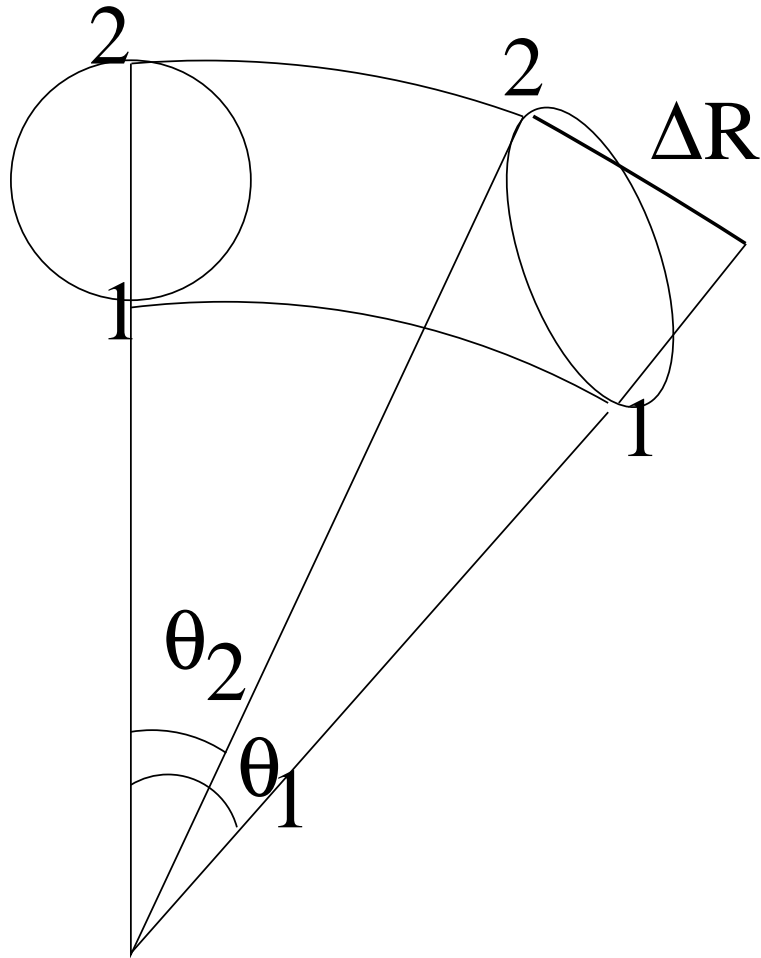


Figure 1: Vervorming van een wolk door differentiele rotatie

4. Wat voor soort condities moeten er in de wolk gelden om differentiele rotatie in de Zonsomgeving wel belangrijk te laten zijn?

Hiervoor moet gelden dat $\Delta R \approx r_w$ is en dus dat $t_{ff} V_0 = 2\pi R_0 \cdot V_0$ naar de andere kant halen geeft:

$$t_{ff} = \frac{2\pi R_0}{V_0} = P_0, \quad (6)$$

m.a.w. pas als de vrije valsnelheid vergelijkbaar is met de omlooptijd rond het galactisch centrum begint de differentiele rotatie van belang te worden, bij een constante draaisnelheid V_0 .

5. In Fig. 2.19 uit het boek (de Galactische rotatiecurve) zien we dat de rotatiecurve van de Melkweg min of meer vlak is vanaf ongeveer $0.2 R_0$. Daarbinnen neemt de rotatiesnelheid af met toenemende straal. Beredeneer of dit tot een verdere stabilisatie van de wolk zal leiden, of juist een verdere uiteenrekking?

Als de snelheidskromme afneemt met straal, zal dit tot een verdere uiteenrekking leiden. De buitendelen gaan nu immers met een lagere snelheid rond, en het verschil tussen de binnen en buitenkant in snelheid zal alleen maar toenemen.

6. Als we er voor het moment even vanuit gaan dat de rotatiecurve van de Melkweg geheel vlak is, bij wat voor afstand tot het Melkwegcentrum krijgen we dan dat onze wolk niet meer ongestoord in elkaar kan storten, maar door de differentiele rotatie uit elkaar wordt getrokken?

Voor een wolk van onze afmetingen en dichtheden gebeurt dit dus als $P_0 = t_{ff} = 30 \text{ Myr}$. Met een gelijkblijvende rotatiesnelheid is dit dus bij een afstand:

$$R = \frac{t_{ff} V_0}{2\pi} = 972 \text{ pc} \sim 1 \text{ kpc}. \quad (7)$$

Binnen 1 kpc van het Galactisch centrum wordt voor dit soort wolken bij een gelijkblijvende of afnemende rotatiecurve differentiele rotatie dus wel een belangrijke factor.

Overigens laten de rotatiekrommes van de meeste sterrenstelsels (bv. Fig 5.20 en Fig 5.21 uit het boek) zien dat de rotatiesnelheid in de eerste 1 kpc van een spiraalstelsel vaak eerst *toeneemt* en dan pas constant wordt.