Werkcollege 6, Elliptische stelsels, 2008

1 Centrale Zwarte gaten

Centrale superzware zwarte gaten lijken een standaardingredient te zijn van grote sterrenstelsels, zowel elliptische stelsels als spiraalstelsels. Afgezien van het superzware zwarte gat in ons eigen Melkwegstelsel hebben we nog in geen enkel ander stelsel zo dichtbij het centrum van het stelsel kunnen meten dat we werkelijk met zekerheid kunnen uitsluiten dat de gemeten snelheidsdispersies niet afkomstig zijn van bv. een hele collectie neutronensterren. Om dit te kunnen doen moeten we het gas kunnen meten binnen een afstand van ongeveer 10 Schwarzschild stralen. De Schwarzschild straal is gegeven door:

$$R_{\rm sch} = 3\frac{M}{M_\odot} km \tag{1}$$

Twee systemen waarin we superzware zwarte gaten verwachten zijn M32 en M87. M32 is het kleine, maar zeer heldere elliptische stelsel dat een satellietstelsel van M31 is (d=700 kpc) en M87 is een giant elliptical waarvan de afstand ongeveer 16 Mpc is. De massa van het zwarte gat in M32 is geschat op $2\,10^6$ $M_\odot$ en in M87 op $3\,10^9$ $M_\odot$.

1. Wat zijn de Schwarzschild stralen van de zwarte gaten in M32 en M87? Druk je antwoord uit in zonstralen of AU.

   $R_{\rm sch}$ = $6\,10^6$ km = 8.62 $R_\odot$ in M32. en $R_{\rm sch}$ = $9\,10^9$ km = 12 931 $R_\odot$ = 60 AU voor M87.

2. Druk de gemiddelde dichtheid in een zwart gat uit als functie van alleen de massa van het zwarte gat en constanten. Wat is de gemiddelde dichtheid binnen de Schwarzschild stralen in M32 en M87? Vergelijk deze met die van een witte dwerg ($\rho_{\rm wd}$ = 10^6 g cm^{-3} en van water: 1 g cm^{-3}).

   $$\rho_{M32,BH} = \frac{M}{V} = \frac{M}{4/3\pi R^3} = \frac{M}{4\pi M^3} M_\odot^3 = \frac{M_\odot^3}{4\pi} M^{-2} [kgkm^{-3}] \tag{2}$$

   De dichtheid in M32 wordt hiermee: 4 400 g cm^{-3}. En voor M87: 2.6^{-3} gr cm^{-3}. Het zwarte gat in M32 is dus al minder dicht dan een witte dwerg, maar het zwarte gat in M87 zou drijven op water! (Als je zo'n flinke plas zou hebben: groter dan het zonnestelsel.....).

3. Hoe groot is 10 $R_{\rm sch}$ van deze zwarte gaten aan de hemel? Druk je antwoord uit in micro-boogseconden (μas).

   *Voor M32: α = 6e7/(7e5*3.086e13) = 2.77e-12 rad = 0.57 μas*
   *Voor M87: α = 9e9/(16e6*3.086e13) = 1.82e-11 rad = 3.76 μas.*
   We zien dus dat het zwarte gat in M31 een stuk groter is aan de hemel, ondanks het feit dat het verder weg staat.

4. Het gas in de buurt van het zwarte gat straalt op alle golflengten. Neem golflengten van 21cm, 2mm, 10 micron en 4000 Å. Wat moet de basislijn van onze telescoop (interferometer) worden om in ieder geval één van deze twee zwarte gaten op te lossen aan de hemel.

   de resolutie van een telescoop is gelijk aan:

   $$R = 1.22\frac{\lambda}{D}[rad] = 251\,643\frac{lambda}{D}[''] \tag{3}$$

   De minimale resolutie die moeten halen is $R = 3\mu as$:

   $$D = 251\,643\frac{\lambda}{R} = 8.39e10\lambda \tag{4}$$

Voor 21cm is dit dus: 1.76e7 km
Voor 2mm is dit: 1.67e5 km
Voor 10 micron is dit: 839 km
Voor 4000 Åis dit: 33 km

5. Vergelijk deze groottes met de maximale lengte van VLBI, ALMA en VLTI. Hebben deze instrumenten de resolutie om 10 $R_{\rm sch}$ van de zwarte gaten in M32 en M87 op te lossen?

   Nee, VLBI heeft een baseline van ongeveer 20.000 km, ALMA van 12 km en de VLTI van 100 m.

6. Kunnen we het zwarte gat in het centrum van ons eigen Melkwegstelsel oplossen met een van de bovenstaande faciliteiten?

   Het zwarte gat in het centrum van ons Melkwegstelsel heeft M = 2.4e6 $M_\odot$, en dus $R_{\rm sch}$ = 7.2e6 km. Op een afstand van 8.5 kpc is dat: 5.6 μas. Je ziet dat dit aan de hemel nauwelijks groter is dan dat van M87, en dus ook niet oplosbaar met de huidige instrumenten. We kunnen dus zelfs het meest nabije superzware zwarte gat niet oplossen.

7. M32 heeft een lichtkracht in de V-band van ongeveer 3×10^8 $M_\odot$. Wat is de snelheidsdispersie van de sterren in M32 die we verwachten op basis van de Faber-Jackson relatie?

   Met de FJ-relatie als zijnde:

$$\frac{L_V}{2\,10^{10} L_\odot} \approx (\frac{\sigma}{200km/s})^4, \tag{5}$$

   krijgen we een sigma van: 70 km/s

8. Elliptische sterrenstelsels volgen een relatie tussen de lichtkracht L en de centrale oppervlaktehelderheid $I(0)$, waarbij geldt dat

$$I_V(0) \approx 15 + 2.6 \log(L_V/10^{10})[magarcsec^{-2}] \tag{6}$$

   Wat wordt hiermee de centrale oppervlaktehelderheid van M32?

   Invullen van de getallen geeft een centrale oppervlaktehelderheid van 11.04 mag arcsec^{-2}.

9. Als we er vanuit gaan dat alle elliptische stelsels een *de Vaucouleurs* profiel volgen, laat zien dat geldt dat

$$I_V(0) \approx 2000 I_e \tag{7}$$

   Bereken ook de effectieve oppervlaktehelderheid I_e voor M32.

   Als we Sersics formule nemen voor een de Vaucouleurs wet (n=4) krijgen we:

$$I(R) = I(R_e) e^{-b[(R/Re)^{1/n} - 1]}, \tag{8}$$

   waarbij n=4 en b=1.999n-0.327 = 7.67.

   Invullen van R=0 geeft I(0):

$$I_0 = I_e e^{7.67} \approx 2000 I_e \tag{9}$$

   Voor M32 krijgen we dus dat I_e = 1/2000 I_0 = 11.04 + 2.5log(2000) = 19.29 mag arcsec^{-2}

10. De effectieve straal van M32 is ongeveer 100 pc, wat correspondeert met 30$''$aan de hemel. De oppervlakte helderheid van de binnenste 1$''$kunnen we daarom aannemen als zijnde gelijk aan I_0. Wat betekent dit voor de lichtkracht van de binnenste vierkante boogseconde en daarmee voor de sterdichtheid in het centrum van M32? Vergelijk dit met de dichtheid in de zonsomgeving: 0.1 pc^{-3}.

    Voor de centrale oppervlakte helderheid hadden we 11.04 mag arcsec^{-2}. Voor de binnenste boogseconde hebben we dus dat dit m_V = 11.04 oplevert. Op een afstand van 700 kpc is dit een lichtkracht van M_V =-13.18, en met $M_{V,\odot}$ = 4.85, L = 16e6 L$_\odot$. Eén boogseconde is ongeveer 3.3 pc, dus deze lichtkracht komt uit een volume van ongeveer 50 pc^3. Aannemende dat de gemiddelde lichtkracht per ster $\sim L_\odot$, komt dit neer op 3.2e5 sterren per pc^{-3}. Dit is bijna 3 miljoen keer de dichtheid in de zonsomgeving.